http://www.mesmaths.com/spip.php?article466

Activité autour d'une parabole

- 1ère : spécialité Maths - Activités -

Date de mise en ligne : mardi 4 octobre 2022

Ce document sert de guide pour l'activité en salle informatique faite sur ce cours.

Lancer le fichier géogebra suivant en cliquant sur ce **lien**

Faites les étapes demandées au fur et à mesure ; si besoin, vous pouvez regarder les aides et les éléments de réponses.

Ce travail permet de comprendre le travail plus théorique qui sera fait par la suite.

On voit sur 'Géogebra' la courbe représentative de la fonction carrée (une parabole) ainsi que les points A et M appartenant à cette parabole avec :

- A le point d'abscisse 1
- M le point d'abscisse 1+h, h étant un nombre modifiable par le curseur

- En modifiant la valeur du curseur h, on modifie la position du point M ; h=0 fera coïncider les points M et A.

PARTIE I :

Quelles sont les coordonnées de A ? Exprimer les coordonnées de M en fonction de h.

Aide et réponse

Aide

Se rappeler que les points A et M sont sur la courbe représentative de la fonction carrée (qui a un nombre associe le carré de ce nombre)

Réponses

A(1 ; 1)

M(1+h ; (1+h)²)

Exprimez la valeur du coefficient directeur de la droite (AM) en fonction de h (l'expression doit être la plus simple possible).

Aides et réponse

Aide

Utiliser une formule du type : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Se souvenir du produit remarquable (1+h)²

Réponses

(cliquer sur l'image pour l'agrandir)

$$\frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \frac{(1+h)^2 + 1^2}{1+h-1}$$

$$\frac{(1+h)^2 + 1^2}{1+h-1} = \frac{1+2h+h^2-1}{h} = \frac{2h+h^2}{h} = \frac{h(2+h)}{h} = 2+h$$

Modifier la valeur de h ; que se passe-t-il quand h est très petit (proche de 0) ?

Quelle la valeur du coefficient directeur de la droite à ce moment là ?

Aides et réponse

Aide

Si h=0, les points A et M coïncident : on ne peut plus parler de la droite (AM).

Si h est très proche de 0, la droite (AM) prend une position *limite*.

Réponses

le coefficient directeur de la droite (AM) est égal à 2+h.

Si h est très proche de 0, on obtient comme valeur 'presque' 2.

La valeur limite (pour h tend vers 0) est égale à 2.
 Pourquoi la droite (AM) peut-elle être qualifiée de tangente à la courbe ?

En quel point a lieu le point de contact ?

Quelle est l'équation de cette tangente ?

Aides et réponse

Aides

La notion de tangente reste intuitive : répondre à l'aide des observations géométriques.

On est en A depuis le départ ...

On connaît le coefficient directeur de la tangente (question précédente) et on sait qu'on passe par A(1 ; 1)

Réponses

C'est la tangente parce que visuellement, c'est une position limite à la courbe, avec un seul point de contact.

Le point de tangence est A de coordonnées (1 ; 1)

La tangente a pour coefficient directeur 2 ; elle est du type : y = 2x + b

Comme elle passe par A(1 ; 1), on a : 1 = 2 x 1 + b et donc b = -1

Au final, l'équation est y = 2x - 1
 Sur votre calculatrice, saisissez la fonction carrée, puis la fonction affine d'équation

et observez.

PARTIE II : dans cette partie, on modifie l'abscisse du point A : on choisit de positionner A à l'abscisse 2

Recommencez la démarche précédente au point d'abscisse 2 pour déterminer l'équation de la tangente en 2.

Saisissez l'équation de la tangente sur votre calculatrice pour contrôler le résultat

réponse

tangente en 2 : $y = 4x - 4$

PARTIE III : dans cette partie, on laisse note a la valeur de l'abscisse du point A

Recommencez la démarche précédente au point d'abscisse a pour déterminer l'équation de la tangente en a.

Faites des essais pour retrouver les valeurs précédentes avec a=1 et a=2

réponse

équation réduite de la tangente en a :

$$y = 2a\,x + a^2$$

