

proposition de corrigé

Exercice 1 :

(/ 3 points)

Dériver les fonctions suivantes :

$$1. f(x) = \frac{1-x}{3x+2}$$

$$u(x) = 1-x \text{ donne } u'(x) = -1$$

$$v(x) = 3x+2 \text{ donne } v'(x) = 3$$

$$\text{On applique } \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} :$$

$$h'(x) = \frac{-(3x+2) - (1-x)3}{(3x+2)^2} = \frac{-3x-2-3+3x}{(3x+2)^2} = \frac{-5}{(3x+2)^2}$$

$$\boxed{h'(x) = \frac{-5}{(3x+2)^2}}$$

$$2. g(x) = (x+1)(3x^2 - 2x + 3)$$

$$u(x) = x+1 \text{ donne } u'(x) = 1$$

$$v(x) = 3x^2 - 2x + 3 \text{ donne } v'(x) = 6x - 2$$

$$\text{On applique } (uv)' = u'v + uv' : g'(x) = 1 \times (3x^2 - 2x + 3) + (x+1) \times (6x - 2)$$

On développe et réduit :

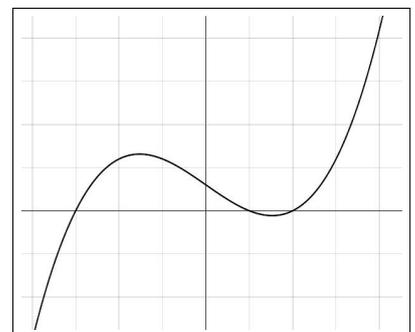
$$g'(x) = 3x^2 - 2x + 3 + 6x^2 - 2x + 6x - 2 = 9x^2 + 2x + 1 ; \text{ ainsi : } \boxed{g'(x) = 9x^2 + 2x + 1}$$

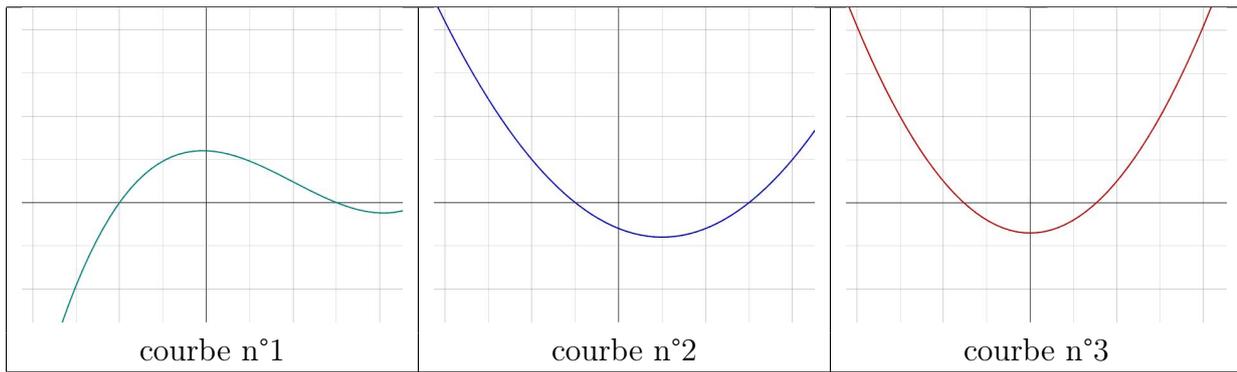
Exercice 2 :

(/ 2 points)

On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f .

Parmi les trois courbes proposées ci-dessous, laquelle peut correspondre à la représentation graphique de la fonction dérivée de f ? (la réponse devra être justifiée)





La fonction dérivée est positive lorsque la fonction est croissante; ainsi, si un carreau représente une unité, la fonction de départ est croissante sur $[-4 ; -1,5]$. La seule courbe représentant une fonction positive exactement sur cet intervalle, qui devient négative en $-1,5$ est la courbe n°3.

C'est la courbe n°3 qui représente la fonction dérivée.

Exercice 3 :

(/ 5 points)

Pour un produit donné, le coût C , en milliers d'euros, en fonction du nombre x de pièces produites, est donné par : $C(x) = 0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,6x + 15$ (pour x compris entre 0 et 30).

Chaque pièce est vendue 2,7 milliers d'euros.

1. Pour 10 pièces produites et vendues, calculer le coût de fabrication, le prix de vente et le bénéfice réalisé.

$C(10) = 17,5$: le coût de fabrication de 10 pièces est 17 500 €.

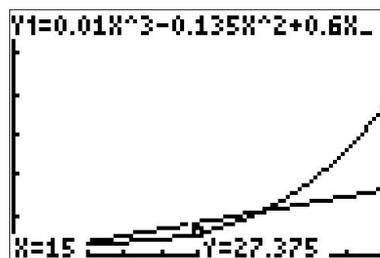
Le prix de vente est $10 \times 2,7 = 27$ milliers d'euros, soit 27 000 €.

Le bénéfice est alors égal à $27\ 000 - 17\ 500 = 9\ 500$ €.

2. (a) Exprimer, en milliers d'euros, le prix de vente $P(x)$ pour x pièces vendues.

$P(x) = 2,7x$

- (b) Représenter sur votre calculatrice les courbes des fonctions C et P .



- (c) Conjecturer graphiquement la quantité x de pièces à produire et à vendre pour que le bénéfice soit maximal.

Le bénéfice est positif lorsque la courbe représentant la fonction prix de vente est au-dessus de celle représentant la fonction coût de production.

Il est maximum quand l'écart entre les deux courbes est le plus grand dans la partie où le bénéfice est positif; graphiquement, c'est autour de la valeur $x = 14$.

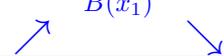
3. (a) Montrer que le bénéfice s'exprime par : $B(x) = -0,01x^3 + 0,135x^2 + 2,1x - 15$

$$\begin{aligned} B(x) &= P(x) - C(x) = 2,7x - (0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,6x + 15) \\ &= 2,7x - 0,01x^3 + 0,135x^2 - 0,6x - 15 = -0,01x^3 + 0,135x^2 + 2,1x - 15 \end{aligned}$$

- (b) Déterminer la dérivée de la fonction B

$$B'(x) = -0,01 \times 3x^2 + 0,135 \times 2x + 2,1 = -0,03x^2 + 0,27x + 2,1$$

- (c) Compléter le tableau de variation suivant (les calculs nécessaires seront écrits à côté et en dessous du tableau) :

x	0	x_1	30
signe de $B'(x)$	+	0	-
variations de B	$B(x_1)$ 		

$$\Delta = 0,27^2 - 4 \times (-0,03) \times 2,1$$

$\Delta = 0,3249 = 0,57^2 > 0$ donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-0,27 - 0,57}{-0,03 \times 2} = 14$$

$$x_2 = \frac{-0,27 + 0,57}{-0,03 \times 2} = -5$$

- (d) Quelle production assure un bénéfice maximal? Quel est ce bénéfice?

Le bénéfice sera donc maximal pour une production égale à x_1 , soit 14 pièces.

On calcule $B(14) = 13,42$ milliers d'euros, soit 13 420 €.