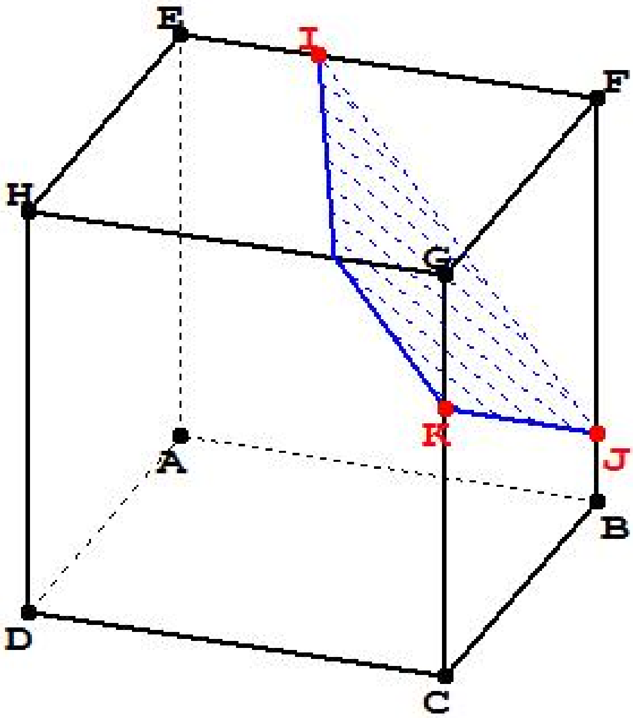
Proposition de corrigé

Ex 31 a) p 275



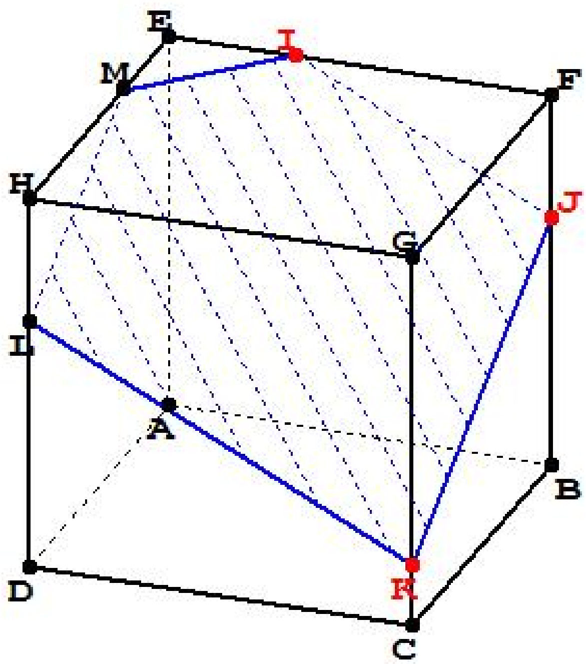
Le plan (IJK) coupe la face (BCGF) selon la droite (KJ) ; de même, il coupe la face (ABFE) selon la droite (IJ).

Les plans (ABFE) et (DCGH) étant parallèles, l'intersection du plan (IJK) avec ces plans sont deux droites parallèles. Ainsi, la trace de la section du plan (IJK) avec le plan (DCGH) est une droite parallèle à (IJ) passant par le plan K.

Cela permet de placer un point sur le segment [HG] qui termine la construction.

Conclusion : la section du cube par le plan (IJK) est un trapèze.

Ex 31 b) p 275



Le plan (IJK) coupe la face (BCGF) selon la droite (KJ) ; de même, il coupe la face (ABFE) selon la droite (IJ).

Les plans (ABFE) et (DCGH) étant parallèles, l'intersection du plan (IJK) avec ces plans sont deux droites parallèles. Ainsi, la trace de la section du plan (IJK) avec le plan (DCGH) est une droite parallèle à (IJ) passant par le plan K.

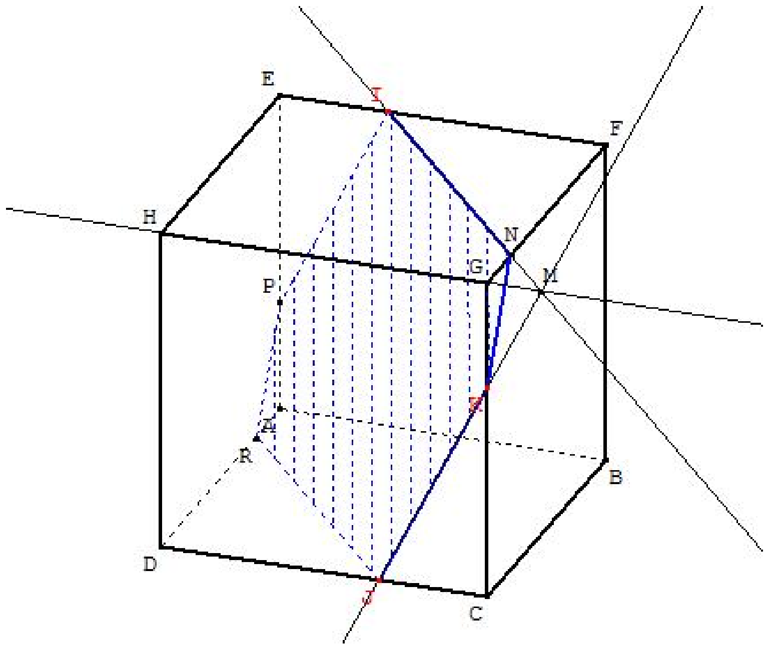
Cela permet de placer le point L sur le segment [HD].

De même, les plans (ADHE) et (BCGF) étant parallèles, l'intersection du plan (IJK) avec ces plans sont deux droites parallèles. Ainsi, la trace de la section du plan (IJK) avec le plan (ADHE) est une droite parallèle à (KJ) passant par le plan L ; cela permet de placer un point M sur le segment [HE].

On termine la construction de la section en reliant les points M et I.

Conclusion : la section du cube par le plan (IJK) est un pentagone, dont deux couples de côtés opposés sont parallèles.

Ex 32 a) p 275



Le plan (IJK) coupe la face (CDHG) selon la droite (JK).

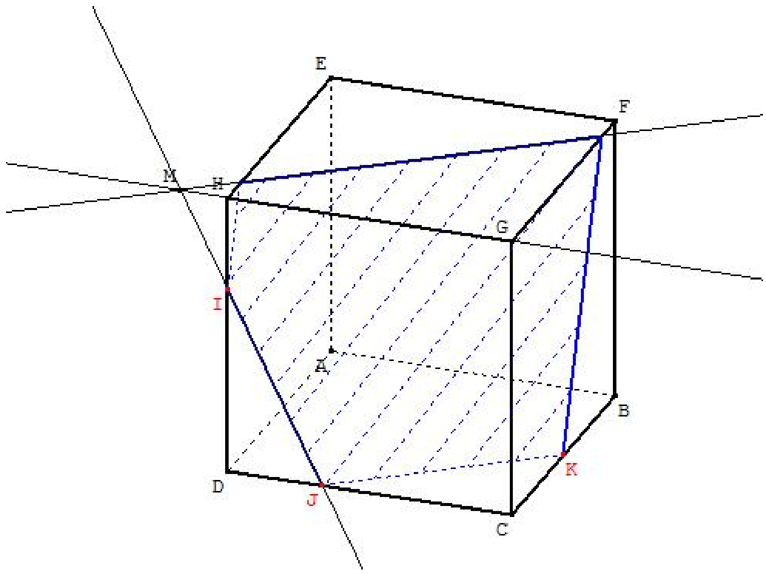
Les droites (HG) et (JK) sont sécantes en un point M : ce point appartient au plan (IJK) (il est sur la droite (IJ)) et au plan (EFGH) (il est sur la droite (HG)). Il appartient donc à l'intersection de ces deux plans. L'intersection de (IM) et du segment [FG] permet de définir le point N.

Les faces (CDHG) et (ABFE) étant parallèles, leurs intersections avec le plan (IJK) sont deux droites parallèles. Ainsi, l'intersection du plan (IJK) et de la face (ABFE) est une droite passant par I, parallèle à (JK). La construction de cette droite permet de définir le point P sur l'arête [AE].

Par un raisonnement analogue, la section du plan (IJK) et de la face (ABCD) est une droite passant par J, parallèle à (IN) ; cette droite permet de placer le point R sur le segment [AD].

Conclusion : la section du cube par le plan (IJK) est l'hexagone INKJRP, qui a la particularité d'avoir ses côtés opposés parallèles deux à deux, sans toutefois être un hexagone régulier.

Ex 32 b) p 275



Le plan (IJK) coupe la face (ABCD) selon la droite (JK) ; de même, il coupe la face (CDHG) selon la droite (IJ).

Les droites (HG) et (IJ) sont sécantes en un point M : ce point appartient au plan (IJK) (il est sur la droite (IJ)) et au plan (EFGH) (il est sur la droite (HG)). Il appartient donc à l'intersection de ces deux plans. La section du cube par le plan (IJK) est donc une droite parallèle à (JK) (les faces ABCD) et (EFGH) étant parallèles, les intersections par un plan sont deux droites parallèles) qui passe par M ; en traçant cette droite, on place un point sur le segment [HE] et un point sur le segment [GF] (les intersections de la droite tracée avec les segments correspondants). Ces points permettent de terminer la construction.

Conclusion : la section du cube par le plan (IJK) est un pentagone, dont deux couples de côtés opposés sont parallèles.

Remarques : on peut aller plus loin dans ces exercices, en cherchant par exemple à déterminer les longueurs des côtés des section (trapèze, pentagone, hexagone).

Pour cela, plusieurs techniques :

– se placer dans des plans bien choisis et utiliser des théorèmes classiques (théorèmes de Pythagore et de Thalès)
– choisir un repère (par exemple $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, déterminer les coordonnées des points qui nous intéressent et calculer des longueurs en utilisant la formule $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2}$: cette formule est valide car le repère utilisé est orthonormé.

On peut également s'intéresser à l'aire de la section . . .

On peut aussi s'interroger sur l'orthogonalité de certains segments (comme [LK] et [KJ] dans l'ex 31b).