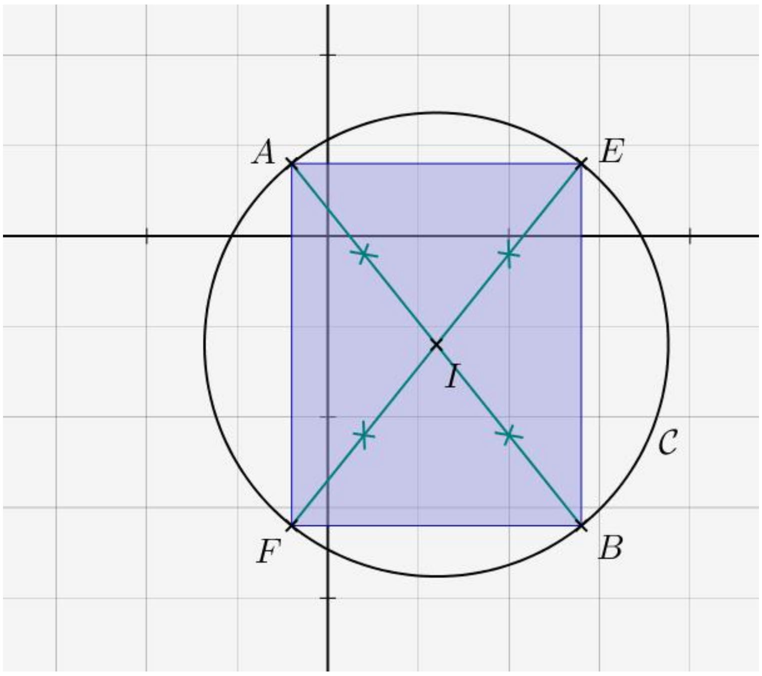
Corrigé

***Exercice* 1 :** **ex 69 p 210**

Dans un repère orthonormé, on donne les points :

$$A(-1\ ;\ 2),\ B(7\ ;\ -8) \text{ et } E(7\ ;\ 2)$$



1. Démontrer que le point E appartient au cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$.

   Soit I le milieu de $[AB]$; on calcule ses coordonnées :

   $I\left(\dfrac{-1+7}{2}\ ;\ \dfrac{2-8}{2}\right)$, ce qui donne $I(3\ ;\ -3)$

   Dire que le point E appartient au cercle $\mathcal{C}$ revient à dire que $IE = \dfrac{AB}{2} = AI$

   Reste donc à calculer ces longueurs :

   $IE = \sqrt{(3-7)^2+(-3-2)^2} = \sqrt{(-4)^2+(-5)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$

   $AI = \sqrt{(3-(-1)^2+(-3-2)^2} = \sqrt{4^2+(-5)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$

   On conclut donc que le point E est sur le cercle $\mathcal{C}$.

2. Déterminer les coordonnées du point F, symétrique de A par rapport au centre I du cercle $\mathcal{C}$.

   Dire que F est le symétrique de A par rapport à I revient à dire que I est le milieu de $[AF]$

   On a donc, du point de vue de leurs coordonnées :

   $x_I = \dfrac{x_A + x_F}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_A + y_F}{2}$

   En remplaçant les valeurs connues, cela donne :

   $3 = \dfrac{-1 + x_F}{2}$ et $-3 = \dfrac{2 + y_F}{2}$

   Ce sont deux équations qui se résolvent indépendamment l'une de l'autre :

   $3 = \dfrac{7 + x_F}{2}$ donne $7 + x_F = 6$ et donc $x_F = -1$

   $-3 = \dfrac{2 + y_F}{2}$ donne $2 + y_F = -6$ et donc $y_F = -8$

   Conclusion : $F(-1\ ;\ -8)$

3. Quelle est la nature du quadrilatère $AEBF$?

   Le quadrilatère $AEBF$ a ses diagonales qui ont le même milieu, le point I : c'est donc un parallélogramme.

   Par ailleurs, le triangle ABE est inscrit dans un demi-cercle : il est rectangle en E ; le parallélogramme ayant un angle droit, **c'est un rectangle**.

   OU : les diagonales du parallélogramme sont de même longueur (longueur égale au diamètre du cercle $\mathcal{C}$), **c'est un rectangle** (propriété caractéristique des rectangles).