## Correction 1

1. a. Le coefficient directeur de la droite $(AB)$ a pour valeur :
$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-3}{4-(-2)} = \frac{-3}{4+2} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

b. L'équation réduite de la droite $(d_1)$ admet l'expression :
$$y = -\frac{1}{2}\cdot x + b \qquad \text{où } b\in\mathbb{R}$$
Le point $A$ appartient à la droite $(d_1)$. Ses coordonnées vérifient l'équation réduite de la droite :
$$y_A = -\frac{1}{2}\cdot x_1 + b$$
$$3 = -\frac{1}{2}\times(-2) + b$$
$$3 = 1 + b$$
$$b = 3 - 1$$
$$b = 2$$
Voici l'équation réduite de la droite $(d_1)$ :
$$y = -\frac{1}{2}\cdot x + 2$$

2. La droite $(d_2)$ passe par les deux points $C(-5\,;0)$ et $D(3\,;2)$. Son coefficient directeur a pour valeur :
$$a = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{2-0}{3-(-5)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$
Ainsi, l'équation réduite de la droite $(d_2)$ admet pour équation réduite :
$$y = \frac{1}{4}\cdot x + b \qquad \text{où } b\in\mathbb{R}$$
Le point $D$ est un point de la droite $(d_2)$. Ses coordonnées vérifient l'équation réduite de la droite :
$$y_D = \frac{1}{4}\cdot x_D + b$$
$$2 = \frac{1}{4}\times 3 + b$$
$$2 = \frac{3}{4} + b$$
$$b = 2 - \frac{3}{4}$$
$$b = \frac{8-3}{4}$$
$$b = \frac{5}{4}$$
La droite $(d_2)$ a pour équation réduite :
$$y = \frac{1}{4}\cdot x + \frac{5}{4}$$

## Correction 2

1. L'expression de la fonction $f$ est définie par un quotient ; or, un quotient ne peut pas voir son dénominateur s'annuler. Ainsi, la valeur annulant le dénominateur ne peut appartenir à l'ensemble de définition de la fonction $f$ :
$$4x + 2 = 0$$
$$4x = -2$$
$$x = \frac{-2}{4}$$
$$x = -\frac{1}{2}$$
On en déduit l'ensemble de définition de la fonction $f$ :
$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

2. a. A l'aide de la calculatrice, on peut imaginer le tableau de variations suivant :

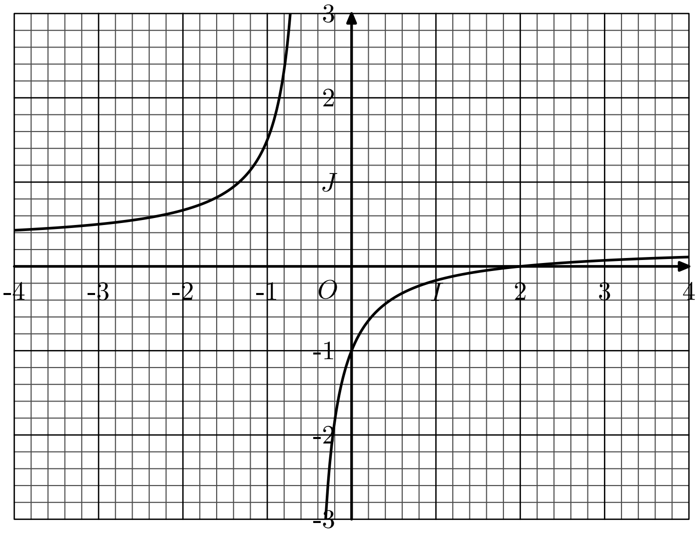
| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Variation de $f$ | $\frac{1}{4}$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↗ | $\frac{1}{4}$ |

b. On a :

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1{,}5$ | $-1$ | $-0{,}8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,9 | 1,5 | 2,3 |

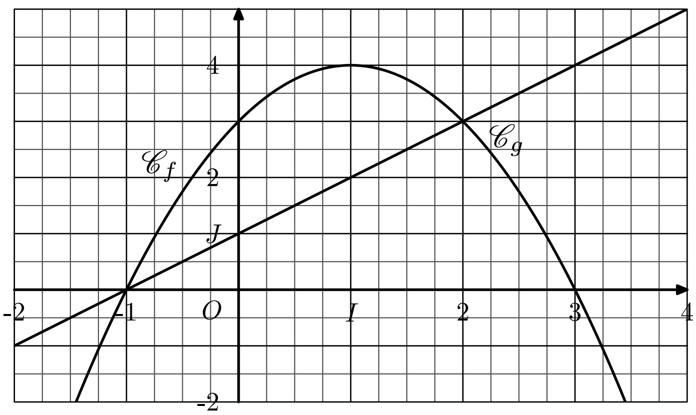
| $x$ | $-0{,}3$ | 0 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-2.9$ | $-1$ | $-0{,}4$ | $-0{,}2$ | 0 | 0,1 | 0,1 |

3. Voici la représentation de cette courbe :




## Correction 3

1. Voici la représentation de la fonction $g$ :




2. Les solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection entre $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Les deux courbes s'interceptent aux deux points de coordonnées $(-1\,;0)$ et $(2\,;3)$ ; on en déduit l'ensemble des solutions de cette é'quation :
$$\mathcal{S} = \{-1\,;\,2\}$$

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) \geqslant g(x)$ revient à chercher les valeurs de $x$ où la courbe $\mathscr{C}_f$ est située au dessus de la fonction $\mathscr{C}_g$.

L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'intervalle $[-1\,;2]$

## Correction 4

1. Résolvons l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= 10 \\ -x^3+2 &= 10 \\ -x^3 &= 10-2 \\ -x^3 &= 8 \\ x^3 &= -8 \\ x^3 &= (-2)^3 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

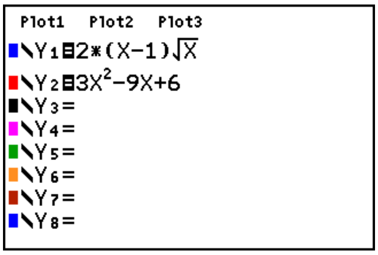
L'ensemble des solutions de cette équation est :
$\mathcal{S} = \{-2\}$

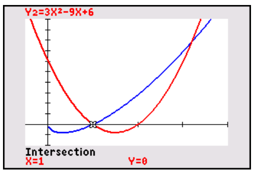
2. Prenons deux nombres $a$ et $b$ appartenant à $\mathbb{R}$ tels que :
$a < b$
La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

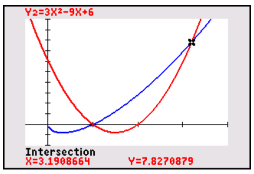
$$\begin{aligned} a^3 &< b^3 \\ -a^3 &> -b^3 \\ -a^3+2 &> -b^3+2 \\ f(a) &> f(b) \end{aligned}$$

On obtient que deux nombres et leurs images sont comparés dans le sens contraire : la fonction $f$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.

## Correction 5




On conjecture la position relative des courbes :

- La courbe $\mathscr{C}_g$ est au dessus de la courbe $\mathscr{C}_f$ sur les intervalles $[0\,;1]$ et sur l'intervalle $[3{,}19\,;+\infty[$.
- La courbe $\mathscr{C}_f$ est au dessus de la courbe $\mathscr{C}_g$ sur l'intervalle $[1\,;3{,}19]$.

## Correction 6

1. Pour que l'image d'un nombre $x$ soit définie, il faut que l'expression sous le radical ait une valeur positive :

$$\begin{aligned} x+1 &\geqslant 0 \\ x &\geqslant -1 \end{aligned}$$

La fonction $f$ admet pour ensemble de définition :
$\mathcal{D}_f = [-1\,;+\infty[$

2. Soit $a$ et $b$ deux nombres appartenant à l'intervalle $[-1\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} a &< b \\ a+1 &< b+1 \end{aligned}$$

La fonction racine carrée est strictement croissante :

$$\begin{aligned} \sqrt{a+1} &< \sqrt{b+1} \\ -2\cdot\sqrt{a+1} &> -2\cdot\sqrt{b+1} \\ -2\cdot\sqrt{a+1}+3 &> -2\cdot\sqrt{b+1}+3 \\ f(a) &> f(b) \end{aligned}$$

Comme deux nombres et leurs images sont ordonnés dans le sens contraire, on en déduit que la fonction $f$ est décroissante.