Chapitre 6

Inéquations - Système d'équations

I inéquation du premier degré à une inconnue

I - 1) effet d'une mulitplication ou d'une division sur une inégalité

règles

Si on mulitplie ou divise une inéquation par un nombre **strictement positif**, l'inégalité

Si on mulitiplie ou divise une inéquation par un nombre **strictement négatif**, l'inégalité

exemples :

$6 > 4$: en multipliant par $+2$, ; en divisant par 3,

$6 > 4$: en multipliant par (-3), ; en divisant par (-6),

I - 2) méthode de résolution d'une inéquation

Elle est identique à la méthode de résolution d'une équation : il faut juste **s'interroger si on a multiplié ou divisé l'inéquation par un nombre négatif**.

On va résoudre la même inéquation de deux manières différentes :

$8x+2 > 10x-4$	$8x+2 > 10x-4$

remarques :

- A gauche, on a voulu isoler l'inconnue x à gauche du signe « $=$ ». Il a fallu changer le sens de l'inégalié au moment où on a divisé par (-2).

- A droite, on voulu isoler l'inconnue x à droite du signe « $=$ ». L'inégalité n'a pas changé de sens quand on a divisé par $(+2)$.

- « $x < 3$ »et « $3 > x$ »veulent dire la même chose.

I - 3) représentation des solutions

On représente les solutions sur **la droite graduée** et on va **hachurer les solutions**.

Ensuite, reste à savoir **si on prend ou non la valeur limite**, selon que l'inégalité est stricte ($>$ ou $<$) ou non ($\leq$ ou $\geq$).

on représente : $x < 8$ on représente : $x \leq -7$ on représente : $x > 5,2$

II Système de deux équations

II - 1) définition

Voici un système de deux équations à deux inconnues :

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} 5x & + & 2y & = & 12 \\ -2x & + & y & = & -3 \end{array}\right.$$

Résoudre un tel système, c'est trouver **un couple** $(x;y)$ qui sera solution, c'est-à-dire que **les deux égalités sont vérifiées simultanément** quand on remplace x et y par les valeurs proposées.

Ici :

- le couple (2 ; 2) est-il solution ?
- le couple (4 ; -4) est-il solution ?
- le couple (2 ; 1) est-il solution ?

II - 2) interprétation graphique

Le système

$$\left\{\begin{array}{l} 5x + 2y = 12 \\ -2x + y = -3 \end{array}\right.$$

peut aussi s'écrire :

On reconnaît l'équation de deux droites :

- (D_1) d'équation :
- (D_2) d'équation :

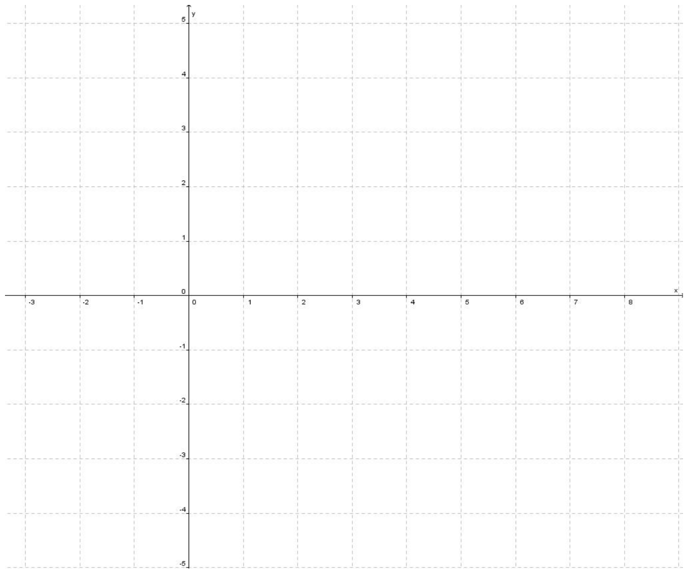
* Un point $M(x_M;y_M)$ se trouve sur la droite (D_1) si ses coordonnées vérifient :

$$y_M = -2,5 \times x_M + 6$$

* Un point $N(x_N;y_N)$ se trouve sur la droite (D_2) si ses coordonnées vérifient :

$$y_N = 2 \times x_N - 3$$

Un point $I(x;y)$ se trouve à l'intersection des droites (D_1) et (D_2) s'il se trouve sur les deux à la fois, c'est-à-dire si ces coordonnées vérifient le système



$$\begin{cases} y = -2,5x + 6 \\ y = \ \ 2x - 3 \end{cases}$$

Ainsi, résoudre un système de deux équations à deux inconnues peut s'interpréter comme la recherche du point d'intersection de deux droites dans un repère.

Dans l'exemple précédent, le point d'intersection des droites (D_1) et (D_2) et le point **I de coordonnées (2 ; 1)** ; c'est bien cohérent avec la résolution du système faite précédemment.

III résolution d'un système de deux équations à deux inconnues

III - 1) résolution par substitution du système

Dans le système

$$\begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$$

la seconde ligne peut aussi s'écrire : $y = 2x - 3$

On remplace alors y par $2x - 3$ dans la première ligne du système :

$5x + 2y = 12$ devient :

On obtient une équation qui n'a qu'une seule inconnue (x) :

$$5x + 2 \times (2x - 3) \ = \ 12$$

Une fois qu'on a la valeur de l'inconnue x, il suffit de la reporter dans l'une des deux équations pour trouver la valeur de l'inconnue y.

On choisit ici de remplacer x par 2 dans la seconde ligne du système :

$$-2 \times 2 + y = -3$$

Conclusion : $x = 2$ et $y = 1$, ce que l'on note : $\boxed{\text{S}=(2\,;1)}$.

III - 2) résolution du système par combinaison linéaire

a) multiplier ou diviser par un coefficient

règle :

> Dans un système, on a de droit de **multiplier ou de diviser une ligne** par un coefficent non nul.

exemple :

$$\left\{\begin{array}{rcrcrl} 5x & + & 2y & = & 12 & \quad (L_1) \\ -2x & + & y & = & -3 & \quad (L_2) \end{array}\right.$$

En multipliant la deuxième ligne par 2, on obtient :

> Le but de cette opération est d'avoir **le même coefficient devant l'une des deux inconnues**.

b) soustraire deux lignes

règle :

> Dans un système, on a de droit de **remplacer une ligne par la différence des deux lignes**.

exemple : dans le système précédent, on remplace la seconde ligne par la différence des deux lignes :

Le but de cette opération est d'avoir une ligne qui soit **une équation à une inconnue** (que l'on sait résoudre).

On trouve la valeur de x :

c) terminer la résolution du système

On **remplace** la valeur trouvée précédemment dans l'une des lignes du système du départ pour trouver la valeur de l'autre inconnue.

exemple : dans le système précédent, on remplace x par 2 dans la première ligne du système de départ :

ce qui donne :

et finalement :

Conclusion : $x = 2$ et $y = 1$, ce que l'on note : $\boxed{\text{S}=(2\,;1)}$.

Cette technique se fait en 3 étapes :

1. **multiplier ou diviser une ou les deux lignes** par des coefficients bien choisis afin qu'une des deux inconnues ait le même coefficient,

2. **remplacer une ligne par la différence des deux lignes précédentes** pour obtenir une équation à une inconnue,

3. **remplacer dans le système de départ l'inconnue trouvée** précédemment pour trouver la valeur de l'autre inconnue.