Proposition de corrigé **ex 53 p 137**

Monsieur Jean possède un terrain qu'il souhaite partager en deux lots de même aire.

Ce terrain a la forme d'un triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 50$ m et $AC = 80$ m.

1. (a) Calculer l'aire du triangle ABC.

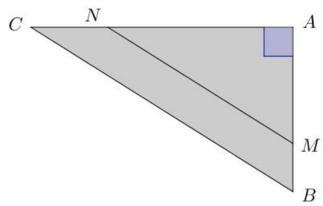
   $\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{50 \times 80}{2} = 2000 \text{ m}^2$

   (b) En déduire l'aire de chaque lot.

   Chaque lot aura une aire égale à la moitié de 2000 m^2 soit 1000 m^2.

2. Monsieur Jean décide de partager son terrain en un lot triangulaire AMN et en un lot ayant la forme d'un trapèze $BMNC$, comme indiqué sur la figure ci-dessous, avec (MN) parallèle à (BC).

   On pose $AM = x$.



   (a) En utilisant la propriété de Thalès, exprimer AN en fonction de x.

   * Les droites (AB) et (AC) sont sécantes en A.
   * Les points A, N, C d'une part et A, M, C d'autre part, sont alignés dans cet ordre.
   * Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
   On est donc dans une configuration de Thalès : les triangles ABC et AMN sont proportionnels et donc en particulier :
   $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$, ce qui donne :
   $\dfrac{x}{50} = \dfrac{AN}{80}$ et donc : $AN = \dfrac{80}{50} \times x$
   Finalement, $\boxed{AN = \dfrac{8}{5}x}$

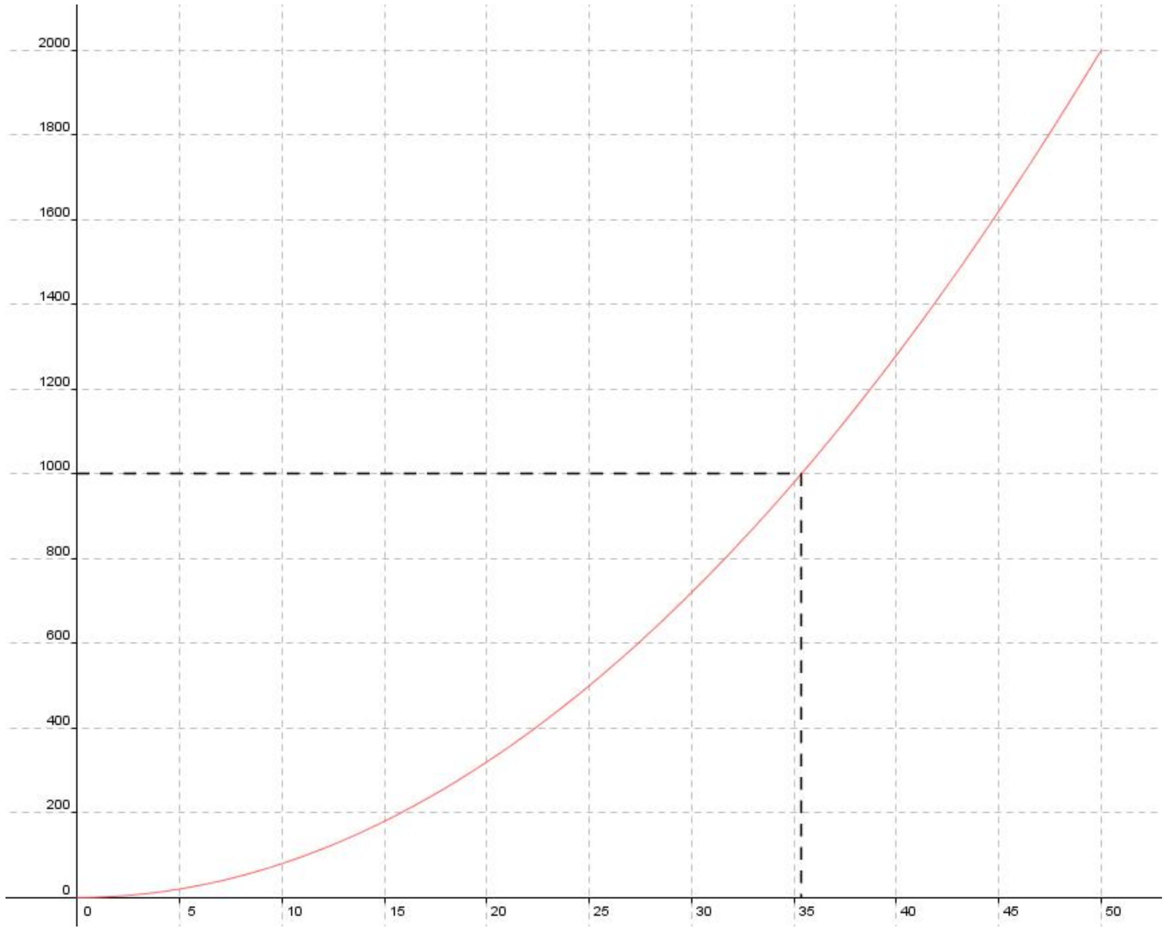
   (b) Montrer que l'aire du triangle AMN égale $\dfrac{8}{5}x^2$.

   $\mathcal{A}_{AMN} = \dfrac{AM \times AN}{2} = \dfrac{x \times \frac{8}{5}x}{2} = \dfrac{4}{5}x^2$

3. On note $\boldsymbol{h}$ la fonction qui à un nombre x, associe l'aire du triangle AMN.

   Ci-dessous a été représentée graphiquement la fonction $\boldsymbol{h}$ pour x compris entre 0 et 50.

   En utilisant ce graphique, déterminer x, à un mètre près, pour que les aires des deux lots AMN et $BMNC$ soient égales.



D'après ce graphique, on en déduit que x est entre 35 et 36 m.

On a déterminé un antécédent de 1000 par la fonction $\boldsymbol{h}$.

Remarque : on peut retrouver le résultat exact par le calcul : on cherche une valeur positive de x telle que $\frac{4}{5}x^2 = 1000$.

Cela revient à $x^2 = 1000 \times \dfrac{5}{4} = 1250$

Et donc : $x = \sqrt{1250} \approx 35,36$, ce qui confirme la résolution graphique.