

Proposition de corrigé

Exercice 1 :

Donne la définition de l'aire d'une figure (pense à faire un exemple) :

L'aire d'une figure, c'est le nombre d'unités d'aire que l'on peut mettre à l'intérieur de cette figure.

La forme qui définit l'unité d'aire qu'on utilise le plus souvent est un carré ; si ce carré a pour côté 1 cm, on parle d'unité d'aire de 1 cm² ; ainsi, l'aire d'une surface, exprimée en cm², c'est le nombre de carré de 1 cm de côté qu'on peut mettre à l'intérieur d'une figure.

Par « dénombrement », on retrouve facilement les formules des aires d'un carré, d'un rectangle et d'un triangle (vu comme la moitié d'un rectangle).

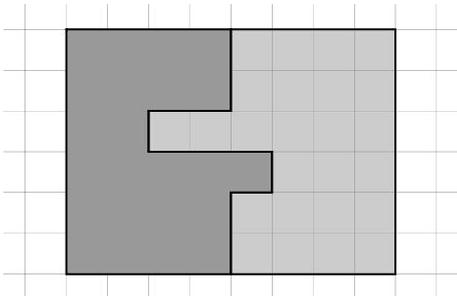
L'aire d'un disque est donnée par la formule : $\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times R^2$, où R désigne le rayon du disque.

L'aire d'une sphère est donnée par la formule : $\mathcal{A}_{\text{sphère}} = 4 \times \pi \times R^2$, où R désigne le rayon de la sphère.

Il faut bien se rendre compte qu'une aire est le résultat d'un calcul (on n'a pas d'instrument qui la mesure directement) et que ce calcul fait intervenir le **produit de deux longueurs** (d'où un résultat dont l'unité est une unité de longueur au carré).

Exercice 2 :

Ces deux figures ont-elles la même aire ? (à justifier)



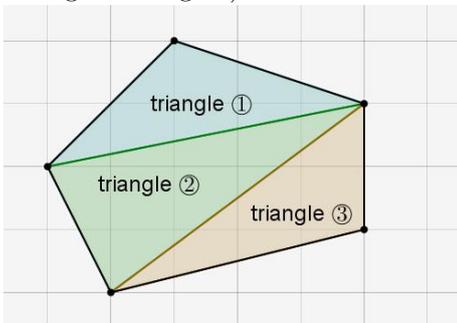
Non.

En dénombrant les carreaux, on se rend compte que la figure gris clair fait un carreau de plus.

Peu importe l'unité d'aire utilisée, la figure gris clair a une aire plus grande que la figure gris foncé.

Exercice 3 :

Comment évaluer l'aire de ce polygone¹ ? (tu prendras les mesures nécessaires sur la figure ou tu utiliseras le quadrillage de la figure)

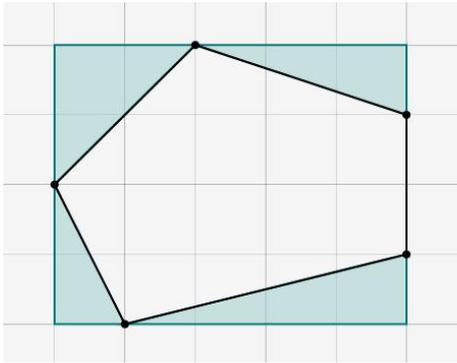


On peut décomposer ce polygone en plusieurs triangles : **cette méthode fonctionne toujours.**

On peut ensuite évaluer l'aire du triangle ①, du triangle ② et du triangle ③ en utilisant la formule donnant l'aire d'un triangle et en prenant les mesures nécessaires sur la figure.

Si les mesures sont prises en cm, l'aire sera donnée en cm².

1. à toi de définir l'unité d'aire utilisée



On peut aussi utiliser les carreaux décomposer ce polygone.

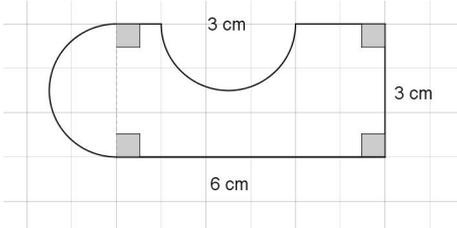
On peut tout d'abord évaluer l'aire du rectangle dans lequel il est inclus (rectangle de $5 \times 4 = 20$ carreaux) et ensuite retirer les parties qui sont en trop : ce sont des triangles rectangles dont il est facile d'évaluer l'aire.

- un triangle rectangle de 2 unités de longueur sur 2 unités de longueur : son aire est égale à $\frac{2 \times 2}{2} = 2$ carreaux ;
- un triangle rectangle de 2 unités de longueur sur 1 unité de longueur : son aire est égale à $\frac{2 \times 1}{2} = 1$ carreaux ;
- un triangle rectangle de 4 unités de longueur sur 1 unité de longueur : son aire est égale à $\frac{4 \times 1}{2} = 2$ carreaux ;
- un triangle rectangle de 3 unités de longueur sur 1 unité de longueur : son aire est égale à $\frac{3 \times 1}{2} = 1,5$ carreaux ;

Au final, ce polygone a une aire égale à $20 - (2 + 1 + 2 + 1,5) = 13,5$ carreaux.

Exercice 4 :

Quelle est l'aire de cette figure ?

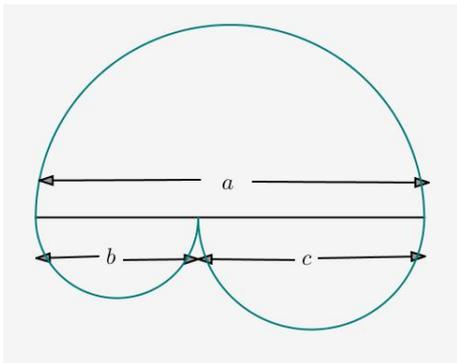


Il suffit de « déplacer » le demi-disque qui est à droite pour le mettre dans le « trou » ; on forme alors un figure qui a la même aire que la figure de départ.

La figure formée est un rectangle qui mesure 6 cm sur 3 cm ; son aire est égale à 18 cm^2

Exercice 5 :

Quelle partie de la figure a la plus grande aire : la partie supérieure ou la partie inférieure ? (réponse à justifier ; remarque : la figure est composée de demi-cercles)



On note a , b et c les diamètres des demi-cercles (voir figure) ; on a : $a = b + c$

- aire du demi-disque de diamètre a :

$$\mathcal{A}_{haut} = \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi \frac{a^2}{4} = \frac{\pi}{4} \times a^2$$

- aire des deux demi-disques du bas :

$$\mathcal{A}_{bas} = \pi \frac{b^2}{4} + \pi \frac{c^2}{4} = \frac{\pi}{4} \times (b^2 + c^2)$$

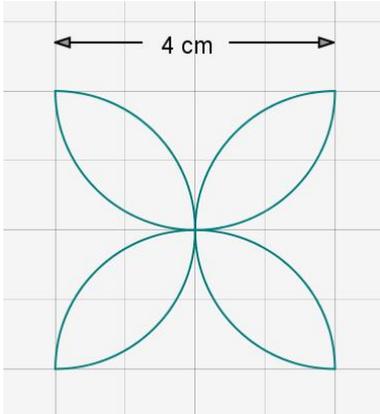
Pour comparer ces deux aires, il faut comparer a^2 et $b^2 + c^2$ en se rappelant que $a = b + c$ et que ces lettres représentent des grandeurs positives (ce sont des longueurs).

$$\text{Or, } a^2 = (b + c)^2 = b^2 + 2 \times b \times c + c^2 > b^2 + c^2$$

On conclut que $\mathcal{A}_{haut} > \mathcal{A}_{bas}$

Exercice 6 :

Quelle est l'aire de cette figure? (valeur exacte et valeur arrondie au millimètre carré près)

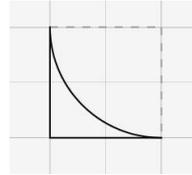


Il n'est pas évident de trouver du premier coup.

La démarche générale dans ce type de figure est :

- de repérer les symétries (pour ne pas faire plusieurs fois le même calcul) ;
- de repérer des figures connues sur lesquelles on peut s'appuyer.

ici, on se rend compte que la figure peut être décomposée en huit motifs de ce type :



Ce motif est intéressant car composé d'un quart de disque inclus dans un carré.

On peut évaluer l'aire d'un de ces motifs. Ce motifs sera à répéter 8 fois.

L'aire recherchée s'obtiendra en retirant l'aire des 8 motifs à l'aire du carré qui contient la figure de départ.

aire d'un motif :

On peut le voir comme un quart de disque (de rayon 2 cm) à retirer d'un carré (de 2 cm de côté).

Cela donne une aire de : $\mathcal{A}_{\text{motif}} = 2^2 - \frac{\pi 2^2}{4} = 4 - \pi$

aire des huit motifs :

$$\mathcal{A}_{8\text{ motifs}} = 8 \times (4 - \pi) = 32 - 8\pi$$

aire de la figure :

$$\mathcal{A}_{\text{figure}} = 4^2 - (32 - 8\pi) = 8\pi - 16 \approx 9,13 \text{ cm}^2$$