Ex n°21 p201 le toboggan aquatique

1 $\boxed{\mathcal{E}_{pp}(D) = mgh.}$

2. $\mathcal{E}_m(D) = \mathcal{E}_{pp}(D) + \mathcal{E}_c(D)$ or la vitesse de l'enfant en D est nulle donc $\mathcal{E}_c(D) = 0$

d'où $\boxed{\mathcal{E}_m(D) = \mathcal{E}_{pp}(D)}$

3- $\mathcal{E}_m(O) = \mathcal{E}_{pp}(O) + \mathcal{E}_c(O)$ or en O l'altitude de l'enfant est nulle donc $\mathcal{E}_{pp}(O) = 0$

d'où $\boxed{\mathcal{E}_m(O) = \mathcal{E}_c(O)}$

4a. L'enfant glisse sans frottements
Il est soumis à son poids et à la réaction $\vec{R_N}$ du support. Or en tout point $\vec{R_N}$ est perpendiculaire à la trajectoire c'est donc une force dont le travail est nul.
On sait que $\Delta\mathcal{E}_m$ entre D et O est égal à la somme des travaux des forces non conservatives $\Delta\mathcal{E}_m = \sum W(\vec{F_{nc}})$

$$\Delta\mathcal{E}_m = \underbrace{W(\vec{f})}_{\substack{=0 \\ \text{car } \vec{f}=\vec{0}}} + \underbrace{W(\vec{R_N})}_{\substack{=0 \\ \text{car } \vec{R_N} \perp \text{trajectoire}}}$$

donc $\boxed{\Delta\mathcal{E}_m = 0}$

d'où $\mathcal{E}_m(D) = \mathcal{E}_m(O) \iff \mathcal{E}_{pp}(D) = \mathcal{E}_{pp}(O)$

$\iff mgh = \frac{1}{2} m v_0^2 \implies \boxed{v_0 = \sqrt{2gh}}$

4b- $v_0 = \sqrt{2 \times 10 \times 5} = \underline{10\ m.s^{-1}}$

5a- $v_0(\text{réel}) = 6\ m.s^{-1} < 10\ m.s^{-1}$ On ne peut donc pas négliger les frottements.

5b $\Delta\mathcal{E}_m = W(\vec{f}) \iff \mathcal{E}_m(O) - \mathcal{E}_m(D) = W(\vec{f}) \iff \mathcal{E}_c(O) - \mathcal{E}_{pp}(D) = W(\vec{f})$

$\iff \frac{1}{2} m v_0^2 - mgh = W(\vec{f})$ $\boxed{W(\vec{f}) = m\left(\frac{v_0^2}{2} - gh\right)} = \underline{1100\ J}$