APPLICATIONS en MECANIQUE NEWTONIENNE

Ex n°24 p177 le hockey sur gazon

- système : balle
- référentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces : . le poids $\vec{P}$
  . les autres forces sont négligées

- Repère : donné sur le schéma $(O\vec{i}\vec{k})$ $\quad \vec{P}\left|\begin{matrix}0\\-P\end{matrix}\right. \quad \vec{g}\left|\begin{matrix}0\\-g\end{matrix}\right.$

1- CI : question 1 et 2.

2- $\vec{v}_B(t=0)\left|\begin{matrix}v_B\cos\alpha\\v_B\sin\alpha.\end{matrix}\right. \qquad \vec{OB}\left|\begin{matrix}x_B=0\\z_B=h\end{matrix}\right.$

3- PFD $\quad \sum\vec{F}=m\vec{a} \iff \vec{P}=m\vec{g}=m\vec{a}$

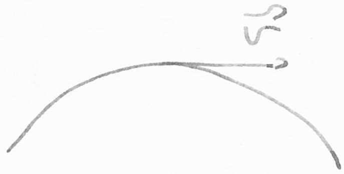
$\Rightarrow \boxed{\vec{a}=\vec{g}}$

$$\boxed{\vec{a}\left|\begin{matrix}0\\-g\end{matrix}\right.}$$

$\times\ \vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt} \iff \vec{a}\left|\begin{matrix}\dfrac{dv_x}{dt}=0 & \Rightarrow v_x=A\\ \dfrac{dv_z}{dt}=-g & \Rightarrow v_z=-gt+B\end{matrix}\right.$

à $t=0$ $\quad \vec{v}_B\left|\begin{matrix}v_B\cos\alpha=A\\v_B\sin\alpha=B.\end{matrix}\right. \Rightarrow \boxed{\vec{v}(t)\left|\begin{matrix}v_B\cos\alpha\\-gt+v_B\sin\alpha\end{matrix}\right.}$

4. Au sommet de la trajectoire $v_z=0$.



donc $v=\sqrt{v_x^2+v_z^2}=\sqrt{v_x^2}=v_x$

$\boxed{v=v_B\cos\alpha}=14\times\cos 30°$

$v=12,1\,m.s^{-1}$

5- équations horaires

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \qquad \vec{v} \left| \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = V_B \cos\alpha \\ \frac{dz}{dt} = -gt + V_B \sin\alpha \end{array} \right. \qquad \begin{array}{l} \Rightarrow x(t) = V_B \cos\alpha\, t + C \\ \Rightarrow z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_B \sin\alpha\, t + D \end{array}$$

on détermine C et D avec les conditions initiales

à $t=0$ $\quad x(t=0) = x_B \iff C = 0$

$\quad z(t=0) = z_B \qquad D = h$

donc $\boxed{\vec{OG} \left| \begin{array}{l} x(t) = (V_B \cos\alpha)\, t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_B \sin\alpha)\, t + h \end{array} \right.}$

6 trajectoire du point G (parabole)

à partir de $x(t) \Rightarrow t = \frac{x}{V_B \cos\alpha}$.

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_B \cos\alpha}\right)^2 + V_B \sin\alpha \frac{x}{V_B \cos\alpha} + h$$

$$\boxed{z(x) = -\frac{g}{2V_B^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha\, x + h}$$

7. pour que la balle soit dans le but il faut que pour $x = d$ z soit compris entre 0 et L.

$$z(d) = -\frac{g}{2V_B^2 \cos^2\alpha} d^2 + \tan\alpha\, d + h$$

$$= -\frac{9,81}{2 \times (14 \cos 30)^2} \times (15)^2 + \tan 30 \times 15 + 0,4$$

$\underline{z(d) = 1,55\,m}$ $\qquad 0 < z(d) < 2,14\,m$

donc la balle arrive dans les buts.