Numéro candidat : ______________________

Ce sujet comporte 5 pages.

Certaines réponses peuvent être rédigées sur cette feuille, qui est à rendre avec les copies de l'élève.

La calculatrice est autorisée en mode examen.

**Exercice 1** **5 points**

Cet exercice est composé d'un QCM (4 questions) et d'une affirmation.

**Pour le QCM** : une seule bonne réponse est valide à chaque question. Un point sera accordé par bonne réponse, aucun retiré en l'absence de réponse ou en cas de mauvaise réponse.

Aucune justification n'est attendue.

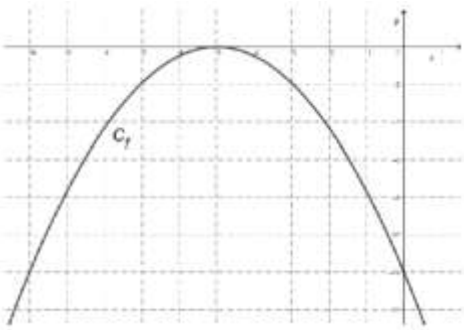
**Pour l'affirmation** : dites si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

**Question 1**

| Pour tout réel $x$, on a $\sin(\pi + x) =$ | | | |
|---|---|---|---|
| a) $-\sin(x)$ | b) $\cos(x)$ | c) $\sin(x)$ | d) $-\cos(x)$ |

**Question 2**

Soit $f$ une fonction polynôme du second degré donnée, pour tout nombre réel $x$ par $f(x)=a.x^2 + b.x + c$, où $a$, $b$ et $c$ sont réels. On note $\Delta$ son discriminant. On donne ci-dessous $C_f$ la courbe représentative de $f$ et on suppose qu'elle admet l'axe des abscisses comme tangente en un de ses points.

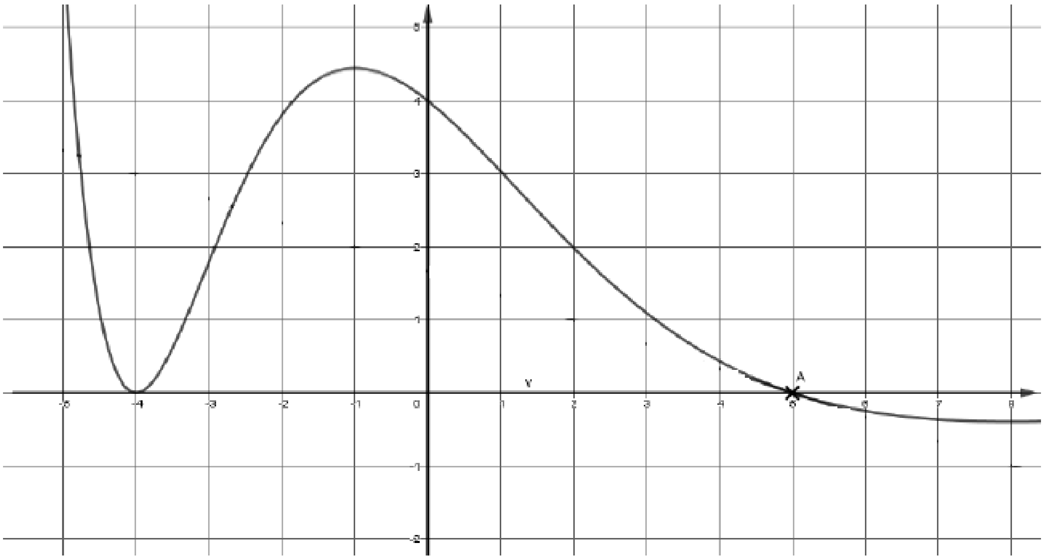



On peut affirmer :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a)** $a < 0$ et $\Delta < 0$ | **b)** $a > 0$ et $\Delta = 0$ | **c)** $a < 0$ et $\Delta = 0$ | **d)** $a < 0$ et $\Delta > 0$ |

**Question 3**

On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction $f$.



D'après ce graphique, on peut affirmer que :

Pour tout réel $x$ de l'intervalle $]-\infty; 0]$, on a :

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) $f'(x) \leq 0$ | b) $f'(x) \geq 0$ | c) $f(x) \geq 0$ | d) $f(x) \leq 0$ |

**Question 4**

Soient $A$ et $B$ deux événements d'un univers tels que $P_A(B) = 0{,}2$ et $P(A) = 0{,}5$.
Alors la probabilité $P(A \cap B)$ est égale à :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a.** 0,4 | **b.** 0,1 | **c.** 0,25 | **d.** 0,7 |

**Affirmation 5 :**

$$\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) < 0$$

**Exercice 2** **5 points**

La population d'une ville A augmente chaque année de 2%. La ville A avait 4600 habitants en 2010.
La population d'une ville B augmente de 110 habitants par année. La ville B avait 5100 habitants en 2010.

Pour tout entier $n$, on note $u_n$ le nombre d'habitants de la ville A et $v_n$ le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année $2010 + n$.

**1.** Calculer le nombre d'habitants de la ville A et le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année 2011.

**2.** Quelle est la nature des suites $(u_n)$ et $(v_n)$ ?

**3.** Donner l'expression de $u_n$ en fonction de $n$, pour tout entier naturel $n$ et calculer le nombre d'habitants de la ville A en 2020.

**4.** Donner l'expression de $v_n$ en fonction de $n$, pour tout entier naturel $n$ et calculer le nombre d'habitants de la ville B en 2020.

**5.** Reproduire et compléter sur la copie l'algorithme ci-dessous qui permet de déterminer au bout de combien d'années la population de la ville A dépasse celle de la ville B.

```
def année ():
  u=4600
  v=5100
  n=0
  while ... :
     u=...
     v=...
     n=...
  return n
```

**Exercice 3** **5 points**

Soit $h$ la fonction définie sur [0 ; 26] par :

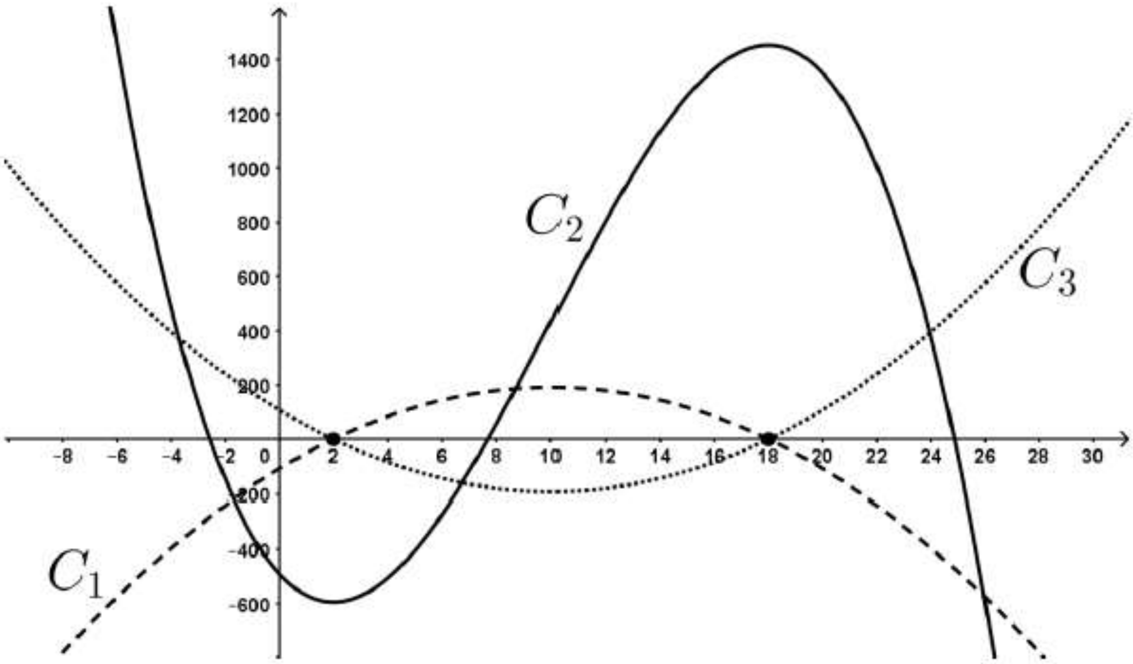
$$h(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 490.$$

**1.** Soit $h'$ la fonction dérivée de $h$. Exprimer $h'(x)$ en fonction de $x$.

**2.** On note $C$ la courbe représentative de $h$ et $C'$ celle de $h'$.

**a.** Identifier $C$ et $C'$ sur le graphique orthogonal ci-dessous parmi les trois courbes $C_1$, $C_2$ et $C_3$ proposées.

**b.** Justifier le choix pour $C'$.




**3.** Soit (T) la tangente à $C$ au point $A$ d'abscisse 0. Déterminer son équation réduite.

**4.** Étudier le signe de $h'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction $h$ sur $[0; 30]$.

**Exercice 4** **5 points**

Une entreprise qui fabrique des aiguilles dispose de deux sites de production, le site A et le site B. Le site A produit les trois-quarts des aiguilles, le site B l'autre quart. Certaines aiguilles peuvent présenter un défaut. Une étude de contrôle de qualité a révélé que :

- 2% des aiguilles du site A sont défectueuses ;
- 4% des aiguilles du site B sont défectueuses.

Les aiguilles provenant des deux sites sont mélangées et vendues ensemble par lots.

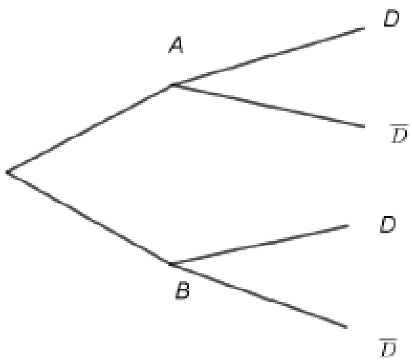
On choisit une aiguille au hasard dans un lot et on considère les événements suivants :

- $A$ : l'aiguille provient du site A ;
- $B$ : l'aiguille provient du site B ;
- $D$ : l'aiguille présente un défaut.

L'événement contraire de $D$ est noté $\overline{D}$.

**1.** D'après les données de l'énoncé, donner la valeur de la probabilité de l'événement $A$ que l'on notera $P(A)$.

**2.** Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilités ci-dessous en indiquant les probabilités sur les branches.




**3.** Quelle est la probabilité que l'aiguille ait un défaut et provienne du site A ?

**4.** Montrer que $P(D) = 0{,}025$.

**5.** Après inspection, l'aiguille choisie se révèle défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle ait été produite sur le site A ?