

Durée : 3 h

calculatrice autorisée - pas d'échange de calculatrice ou de matériel

## Proposition de corrigé

Dans tout ce devoir, la qualité de la rédaction et le soin seront pris en compte dans la notation.

Des réponses peuvent être complétées sur cette feuille. Vous rendrez cette feuille (n'oubliez pas d'**inscrire votre nom**) accompagnée de votre copie.

Le QCM sera rendu à part (n'oubliez pas d'y inscrire votre nom).

Les exercices pourront être traités dans l'ordre de votre choix.

Bien indiquer les numéros des exercices

### Exercice 1

/5 points

Le tableau ci-dessous présente les émissions de  $CO_2$  (dioxyde de carbone) des États-Unis, de la France et de la Chine en 1990, 2005, 2006 et 2007.

Émission de $CO_2$ (en millions de tonnes)	1990	2005	2006	2007
États-Unis	4 863	5 785	5 697	5 769
France	352	387	378	369
Chine	2244	5 101	5 645	6 071

1. (a) Savez-vous pourquoi on s'intéresse aux quantités de  $CO_2$  émis par les pays ?

Le  $CO_2$  est un des principaux gaz à effet de serre qui semblent contribuer à l'élévation globale de la température du globe.

- (b) Comment expliquez-vous le fait que la Chine émette autant de  $CO_2$  ?

C'est en grande partie dû au fait qu'elle compte presque le cinquième des habitants de la planète! (environ 1,340 milliards de Chinois sur environ 7 milliards de Terriens)

- (c) Qu'est-ce qui permet une plus grande baisse des émissions de  $CO_2$  : une baisse de 10 % des émissions de la France ou une baisse de 1 % de la Chine ? (Appuyez votre réponse en utilisant les données de 2007)

Avec les valeurs de 2007, une baisse de 10% des émissions françaises permet une baisse de 36,9 millions de tonnes de  $CO_2$ .

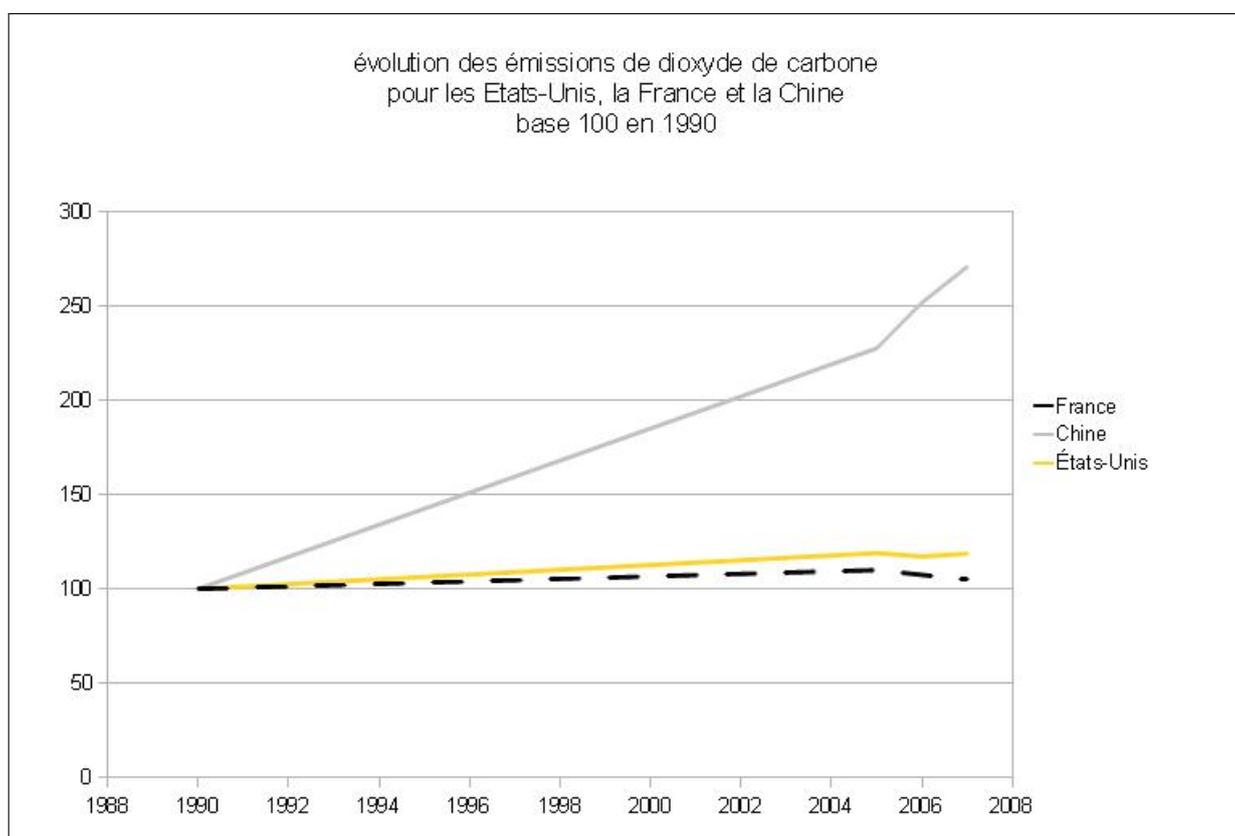
Une baisse de 1% des émissions chinoises permet une baisse de 60,7 millions de tonnes de tonnes de  $CO_2$ .

Cela montre que la démarche doit être globale! et pas seulement cantonnée à quelques pays.

2. (a) Construire un tableau donnant les indices d'émissions de  $CO_2$  des trois pays, en prenant une base 100 en 1990.

Émission de $CO_2$ (base 100 en 1990)	1990	2005	2006	2007
États-Unis	100	119,0	117,1	118,6
France	100	109,9	107,4	104,8
Chine	100	227,3	251,6	270,5

- (b) Représenter ces évolutions dans un graphique.



3. (a) En supposant que l'évolution soit la même entre 2005 et 2020 qu'elle a été entre 1990 et 2005, quelles seraient les émissions de  $CO_2$  pour chacun des trois pays en 2020 ?

- Pour les États-Unis : entre 1990 et 2005, hausse de 19 %; avec une telle hausse, on aurait des émissions s'élevant à  $5785 \times 1,19 \approx 6882$  millions de tonnes en 2020.
- Pour la France : entre 1990 et 2005, hausse de 9,9 %; avec une telle hausse, on aurait des émissions s'élevant à  $327 \times 1,099 \approx 425$  millions de tonnes en 2020.
- Pour la Chine : entre 1990 et 2005, hausse de 127,3 %; avec une telle hausse, on aurait des émissions s'élevant à  $5101 \times 2,27 \approx 11595$  millions de tonnes en 2020.

- (b) Selon vous, lequel des trois pays a fait « le plus d'efforts » à partir de 2005 pour réduire ses émissions de  $CO_2$  ?

La France et les États-Unis ont fait des efforts pour réduire leurs émissions de  $CO_2$  puisque les émissions ont baissé pour ces deux pays entre 2005 et 2008.

On peut remarquer que l'augmentation des émissions entre 1990 et 2005 était moindre en France qu'aux États-Unis. On peut penser que les efforts ont été entrepris plus tôt en France.

La baisse des émissions peut aussi être due à une récession économique, qui fait que les industries fonctionnent un peu moins à plein régime ... donc une baisse n'est pas toujours synonyme de bonnes pratiques mises en place !

- (c) A votre avis, quelles seront les quantités de  $CO_2$  émis par chacun de ces pays en 2020 ? (justifier votre approche)

– Pour les États-Unis : on peut penser que les émissions de  $CO_2$  vont stagner ; en effet, l'indice évolue peu entre 2005, 2006 et 2007. Il baisse légèrement et augmente ensuite légèrement. On peut penser que l'évolution va être assez faible et prévoir de l'ordre de 5 700 millions de tonnes émis par ce pays en 2020.

– Pour la France : on peut penser que les émissions de  $CO_2$  vont diminuer ; en effet, l'indice est passé de 109,9 à 107,4 entre 2005 et 2006 : ceci constitue une baisse d'environ 2,3 %. La baisse entre 2006 à 2007 (indice passant de 107,4 à 104,8) est une baisse d'environ 2,4%. Si on extrapole entre 2005 et 2020 une baisse de 2,3 %, cela donnera une baisse globale de presque 30% (une baisse de 2,3% donne un coefficient multiplicateur 0,977. Pour 15 ans, cela donne un coefficient multiplicateur égal à  $0,977^{15} \approx 0,705$ , coefficient qui traduit une baisse de 29,5%). Une telle baisse amènerait une émission de  $CO_2$  de l'ordre de 270 millions de tonnes ( $387 \times 0,705$ ).

– Pour la Chine : on peut penser que les émissions de  $CO_2$  vont continuer à augmenter ; il est cependant difficile de prévoir dans quelles proportions auront lieu les augmentations. Supposons une augmentation qui va être moins rapide au fur et à mesure des années, en espérant au moins une stagnation à l'horizon 2020.

Supposons une augmentation de l'ordre de 3% par an, cela donnerait une augmentation globale, sur 15 ans d'environ 55 %, ce qui donnerait un total d'émission de  $CO_2$  de l'ordre de 8000 millions de tonnes ! Espérons que ces prévisions ne soient pas bonnes ...

- (d) Quelle devrait être la baisse des émissions de  $CO_2$  pour chacun des pays (baisse exprimée en pourcentage, à partir de l'année 2007) pour retrouver le niveau d'émission de 1990 ?

- Pour les États-Unis : cela revient à passer de 5769 à 4863 millions de tonnes de  $CO_2$  : cela donne un coefficient multiplicateur  $k$  donné par :  $k = \frac{4863}{5769} \approx 0,84$ , coefficient qui traduit une baisse d'environ 15,7%
- Pour la France : cela revient à passer de 369 à 352 millions de tonnes de  $CO_2$  : cela donne un coefficient multiplicateur  $k$  donné par :  $k = \frac{352}{369} \approx 0,95$ , coefficient qui traduit une baisse d'environ 4,6%
- Pour la Chine : cela revient à passer de 6071 à 2244 millions de tonnes de  $CO_2$  : cela donne un coefficient multiplicateur  $k$  donné par :  $k = \frac{2244}{6071} \approx 0,369$ , coefficient qui traduit une baisse d'environ 63%

### Exercice 2

/4 points

On dispose d'un dé à 4 faces (cela s'appelle un dé tétraédrique), numérotées de 1 à 4; le dé est considéré comme bien équilibré. On lance le dé deux fois de suite, et on s'intéresse à la somme des deux numéros sortis.

1. (a) On note  $S$  la variable aléatoire égale à la somme des deux numéros sortis. Donner la loi de probabilité de  $S$ .

$S$	2	3	4	5	6	7	8
$p(S = a_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

- (b) Quelle est l'espérance mathématique de cette variable aléatoire. Quelle est l'interprétation de ce résultat ?

$$E(S) = 2 \times \frac{1}{16} + 3 \times \frac{2}{16} + 4 \times \frac{3}{16} + 5 \times \frac{4}{16} + 6 \times \frac{4}{16} + 7 \times \frac{2}{16} + 8 \times \frac{1}{16} + 2 \times \frac{1}{16} = \frac{80}{16} = 5$$

Cela veut dire, qu'en moyenne, on obtient une somme égale à 5. Donc, si on fait de nombreux essais, on obtiendra en moyenne 5 en faisant la somme des deux numéros sortis.

2. On souhaite simuler cette expérience grâce à un tableur ; on donne ci-dessous une copie d'écran du travail réalisé dans ce but :

	A	B	C	D
1	<b>expérience n°</b>	<b>dé n°1</b>	<b>dé n°2</b>	<b>somme</b>
2	1	2	1	3
3	2	2	4	6
4	3	2	2	4
5	4	1	4	5
6	5	4	3	7
7	6	3	2	5
8	7	1	1	2
9	8	2	2	4

- (a) Qu'a-t-on saisi dans la cellule B2 ?  
On a saisi : =ALEA.ENTRE.BORNES(1;4) pour obtenir un nombre entier compris entre 1 et 4 de manière aléatoire.
- (b) Qu'a-t-on saisi dans la cellule D2 ?  
On a saisi =SOMME(B2 :C2) ou =B2+C2

3. On a réalisé 1000 simulations de cette expérience.

(a) Peut-on estimer la valeur moyenne de la colonne D ? (réponse à justifier)

Oui ; cette valeur sera proche de 5, étant donné que l'espérance mathématique de la variable aléatoire  $S$  est égale à 5. On ne peut cependant pas donner l'erreur commise.

(b) Dans ces 1000 simulations, la valeur 5 est apparue 231 fois. Le travail fait sur tableur est-il conforme à l'expérience aléatoire décrite au début de l'exercice ? (réponse à justifier) Oui ; la probabilité d'obtenir la valeur 5 est égale à 0,25 (d'après la première question de cet exercice). Mais si on fait des essais, la fréquence d'apparition de cette valeur ne sera pas exactement égale à 0,25 : elle va fluctuer autour de cette valeur.

On va déterminer l'intervalle de fluctuation pour vérifier si cette fluctuation est due au hasard ou pas :

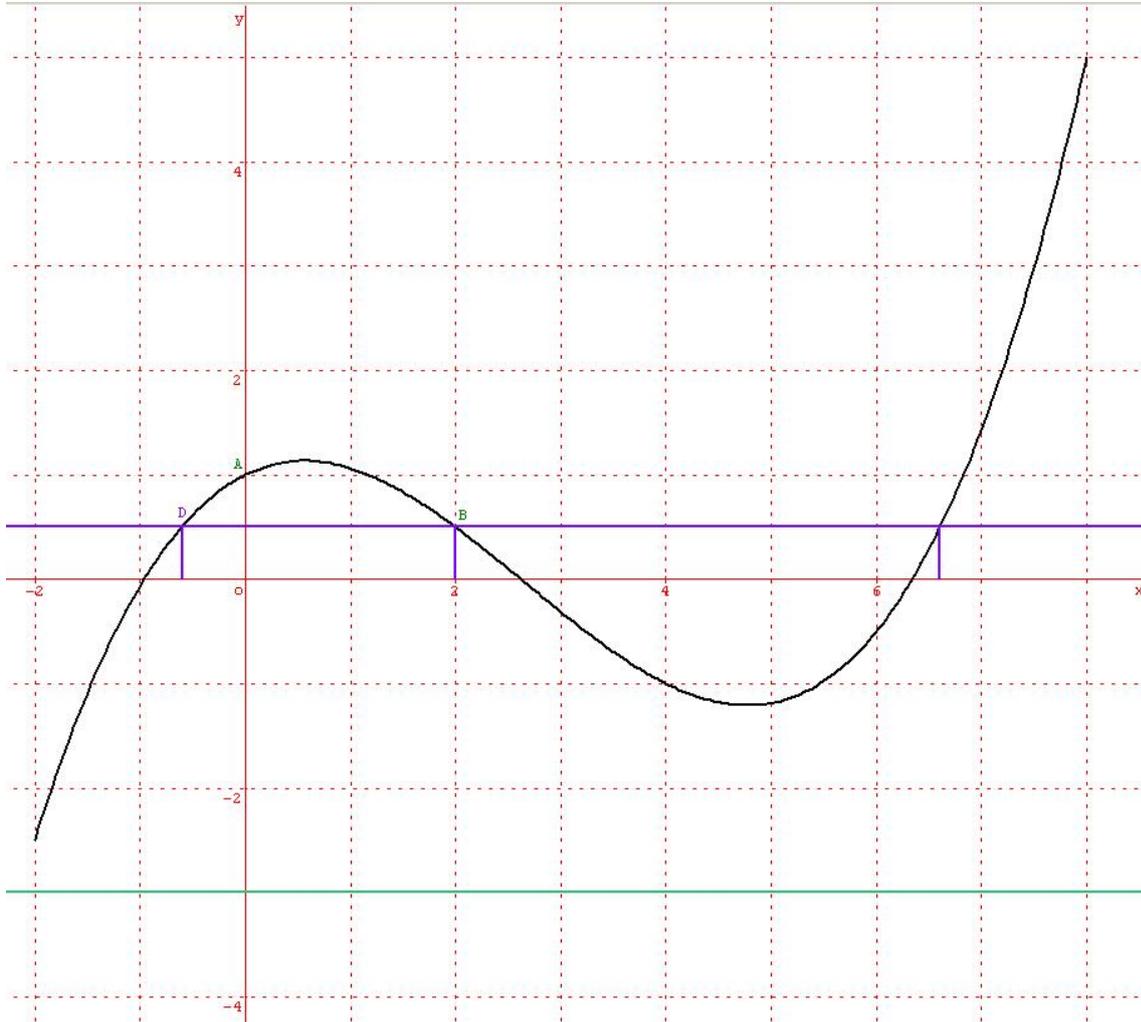
$$\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 0,25 - \frac{1}{\sqrt{1000}} ; 0,25 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right] \approx [0,218 ; 0,281]$$

Comme 23,1 (la fréquence d'apparition du 5 dans la simulation proposée) appartient à cet intervalle de fluctuation, on peut considérer avec les données que l'on a que cette simulation correspond bien au modèle étudié.

**Exercice 3**

/3 points

$f$  est une fonction définie sur l'intervalle  $[-2; 8]$ , dont on donne ci-dessous la représentation graphique :



1. Lire graphiquement les images de 0 et 2 (on attend une réponse sur la copie et des traits de construction sur la figure) ;

$f(0) \approx 1$  et  $f(2) \approx 0,5$

2. Lire graphiquement les antécédents de 0,5 et -3 (on attend une réponse sur la copie et des traits de construction sur la figure) ;

0,5 a pour antécédents : (environ) -0,6, 2 et 6,3.

-3 n'a pas d'antécédent par  $f$  sur l'intervalle  $[2; 8]$ .

3. Parmi les trois expressions ci-dessous, laquelle est susceptible d'être celle de la fonction  $f$  (expliquer pourquoi celles que vous éliminez ne conviennent pas, et pourquoi celle que vous conservez convient) :

a)  $f(x) = x^3 - x^2 + x + 1$       b)  $f(x) = \frac{x^3}{16} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} + 1$       c)  $f(x) = \frac{1}{x} + 1$

a) ne convient pas parce que  $f(1) = 1^3 - 1^2 + 1 + 1 = 2$  alors que graphiquement,  $f(1) \approx 1,1$

c) ne convient pas parce que 0 est valeur interdite alors que graphiquement, 0 a une image.

b) semble convenir : on peut vérifier plusieurs images :

$$f(0) = 1, f(1) = \frac{1}{16} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{17}{16}$$

#### **Exercice 4**

*/2 points*

On souhaite savoir si une entreprise exerce une discrimination à l'embauche vis-à-vis du personnel féminin.

S'il n'y a pas de discrimination, la proportion de femmes dans cette entreprise devrait être représentative de la proportion de femmes dans la population active. On admet que la proportion de femme dans la population active est 0,5.

1. Il y a 1 183 femmes sur 2 540 salariés dans cette entreprise : montrer (par des arguments mathématiques) que cette entreprise exerce une discrimination à l'embauche à l'égard des femmes.

On est dans les conditions permettant d'utiliser la formule donnant l'intervalle de fluctuation à 95% ( $p = 0,5 \in [0,2; 0,8]$  et  $n = 2540 > 25$ )

$$\text{Cela donne : } \left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \approx [0,5 - 0,02; 0,5 + 0,02] = [0,48; 0,52]$$

La fréquence des femmes dans cette entreprise est  $1\,183 \div 2\,540 \approx 0,47 = 47\%$

Comme  $f \notin [0,48; 0,52]$ , on peut conclure que cette entreprise exerce une discrimination à l'embauche vis-à-vis des femmes.

2. Combien devrait-il y avoir au minimum de femmes (sur 2 540 employés) pour qu'on ne puisse pas dire qu'il y a discrimination à l'embauche vis-à-vis des femmes dans cette entreprise ?

La fréquence de femme doit être au minimum égale à 0,48 ; autrement dit, les femmes doivent représenter au moins 48 % des salariés.

Cela donne :  $48\% \times 2540 \approx 1220$ .

Ainsi, s'il y a plus de 1220 femmes dans cette entreprise, on pourra considérer que l'entreprise n'exerce pas de discrimination à l'égard des femmes.

#### **Exercice 5**

*/6 points*

QCM : rendre la feuille réponse en ayant inscrit son nom.

**Bien colorer les cases en noir.**