

Corrigé

Exercice 1 :

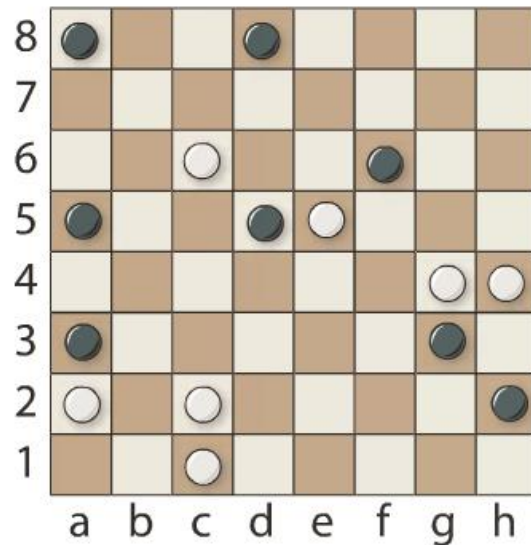
ex 25 p 250

L'échiquier ci-contre est formé de rangées (lignes ou colonnes) repérées par un entier 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou une lettre a, b, c, d, e, f, g, h .

Sur cet échiquier sont placés des pions blancs et des pions noirs.

On choisit au hasard une rangée de cet échiquier et on s'intéresse aux événements :

- A : « la rangée compte au moins deux pions » ;
- B : « il y a au moins un pion noir sur la rangée ».



1. Déterminer la probabilité de chacun des événements A et B , puis de l'événement $A \cap B$.

Détaillons pour l'événement A :

- parmi les lignes 1 à 8, 6 comptent au moins deux pions ;
- parmi les colonnes a à h , 5 comptent au moins deux pions.

On a donc 11 rangées qui comptent au moins deux pions sur 16 rangées possibles :

$$p(A) = \frac{11}{16}$$

$$\text{On trouve ensuite : } p(B) = \frac{10}{16}$$

$A \cap B$ est l'événement : « la rangée compte au moins deux pions **ET** au moins un pion noir » : 9 rangées conviennent (5 lignes et 4 colonnes) sur un total de 16, ce qui donne :

$$p(A \cap B) = \frac{9}{16} = \frac{3}{4}$$

2. Obtenir de deux manières différentes la probabilité de l'événement $A \cup B$.

Par dénombrement : $A \cup B$ est l'événement : « la rangée compte au moins deux pions **OU** au moins un pion noir » : 12 rangées conviennent (6 lignes et 6 colonnes) sur un total de 16, ce qui donne : $p(A \cup B) = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

Par la formule : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$$p(A \cup B) = \frac{11}{16} + \frac{10}{16} - \frac{9}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

3. Définir les événements contraires \bar{A} et \bar{B} des événements A et B .

Calculer $p(\bar{A})$ et $p(\bar{B})$

\bar{A} est l'événement « la rangée compte au maximum un pion » :

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{11}{16} = \frac{5}{16}$$

\bar{B} est l'événement « la rangée ne compte aucun pion noir » :

$$p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{10}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

Exercice 2 :

ex 30 p 252

1. Sur un CD, il y a 12 titres. Katia en préfère deux. Elle lance la lecture du CD en mode aléatoire. Dans ce mode, un titre déjà entendu ne sera pas rejoué tant que les 12 titres n'auront pas été lus.

- (a) Quelle est la probabilité que le premier titre entendu soit l'un des titres préférés de Katia ?

Il y a 2 cas favorables sur 12 possibles : $p = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

- (b) Malheureusement, le premier titre n'était pas l'un de ses titres préférés. Quelle est la probabilité que le second titre entendu soit l'un de ses préférés ?

Il y a maintenant 2 cas favorables sur 11 possibles : $p = \frac{2}{11}$

- (c) Katia n'a vraiment pas de chance, les six premiers titres n'étaient pas ceux attendus. Quelle est la probabilité que le suivant soit l'un de ses préférés ?

Il y a maintenant 2 cas favorables sur 6 possibles : $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2. Encore perdu ! Excédée, Katia éteint son lecteur et raconte sa mésaventure à Pierre qui lui conseille d'augmenter ses chances en utilisant un lecteur MP3.

Sur son lecteur, Katia dispose de 10 albums de 12 titres, chacun. Sur chaque album, Katia a deux titres préférés. Elle lance la lecture en mode aléatoire sur l'ensemble des albums. Dans ce mode, un titre déjà entendu ne sera pas rejoué tant que tous les titres n'auront pas été lus.

Quelle est la probabilité que le premier titre entendu par Katia soit l'un de ses préférés ?

Que penser du conseil de Pierre ?

Il y a dans cette situation 20 cas favorables sur 120 possibles : $p = \frac{20}{120}$

Cela ne change rien pour le premier titre !

Remarque : si le premier titre n'est pas l'un de ses préférés, elle a une probabilité égale à $\frac{20}{119}$ de tomber sur un de ses morceaux préférés au deuxième morceau ; or, $\frac{20}{119} < \frac{2}{11}$: elle aura moins de chances d'entendre un de ses morceaux préférés au fur et à mesure des titres. Le conseil de Pierre n'était pas très avisé en fait.