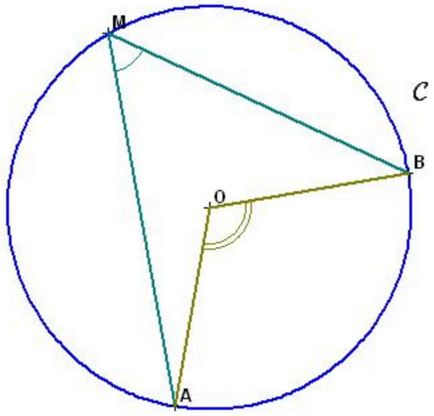
Chapitre 14

Angles inscrits. Polygones réguliers

I angle inscrits, angle au centre

I - 1) vocabulaire

- Si A, B et M sont trois points d'un cercle $\mathcal{C}$, on dit que $\widehat{AMB}$ est **un angle inscrit** dans le cercle $\mathcal{C}$ et qu'il **intercepte** l'arc AB.
- l'angle $\widehat{AOB}$ est **l'angle au centre** associé à l'angle inscrit $\widehat{AMB}$; ils interceptent le même arc.



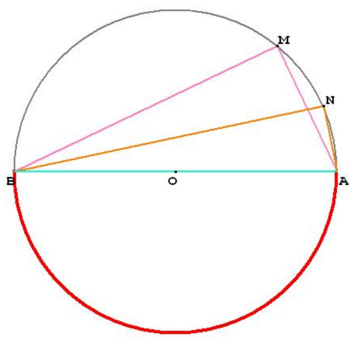
I - 2) angle inscrit et angle au centre associé

théorème (démontré en classe) :

> théorème (démontré en classe) :
> la mesure d'un **angle inscrit** dans un cercle est égal à **la moitié** de l'**angle au centre** qui lui est associé.

exemple : sur la figure précédente : $\widehat{AMB} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOB}$. Si $\widehat{AOB} = 130°$, alors $\widehat{AMB} = 65°$.

remarque importante :



Ici : $\widehat{AOB} = 180°$, et donc

$$\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = \frac{180}{2} = 90°$$

Le triangle AMB est rectangle en M, le triangle ANB est rectangle en N.

Dans le cas où A et B sont diamètralement opposés, on a : $\widehat{AOB} = 180°$

D'après le théorème précédent, on obtient, quel que soit le point M sur le cercle :

$$\widehat{AMB} = \frac{180}{2} = 90°$$

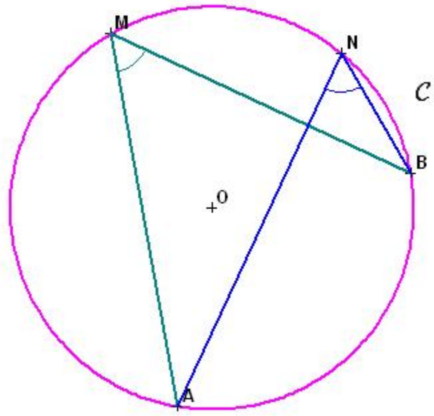
Ceci démontre la propriété vue en 4^{eme} :

un triangle inscrit dans un demi cercle est un triangle rectangle.

I - 3) angles inscrits

théorème :

Si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.



démonstration :
ces angles inscrits ont tous une mesure égale à la moitié de celle de l'angle au centre qui leur est associé. Ils ont donc tous la même mesure.

exemple : sur cette figure :

$$\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$$

Si $\widehat{AMB} = 50°$, alors $\widehat{ANB} = 50°$.

II polygones réguliers

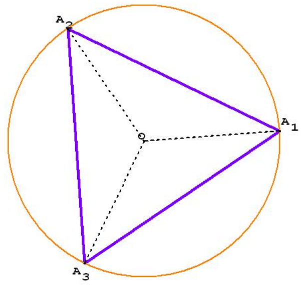
Un polygone **régulier** est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure.

propriétés :

- il existe un **cercle** qui passe par tous les sommets d'un polygone regulier. Son centre O est appelé le centre du polygone régulier.
- si $[AB]$ est un côté d'un polygone régulier de centre O à n côtés, alors :

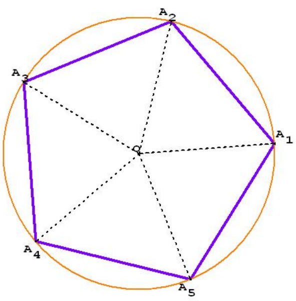
$$\widehat{AOB} = \frac{360°}{n}$$

exemples :



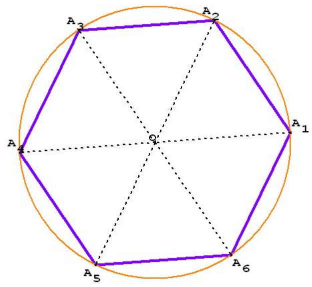
triangle équilatéral

$\widehat{A_1OA_2} = \dfrac{360}{3} = 120°$



pentagone régulier

$\widehat{A_1OA_2} = \dfrac{360}{5} = 72°$



hexagone régulier

$\widehat{A_1OA_2} = \dfrac{360}{6} = 60°$