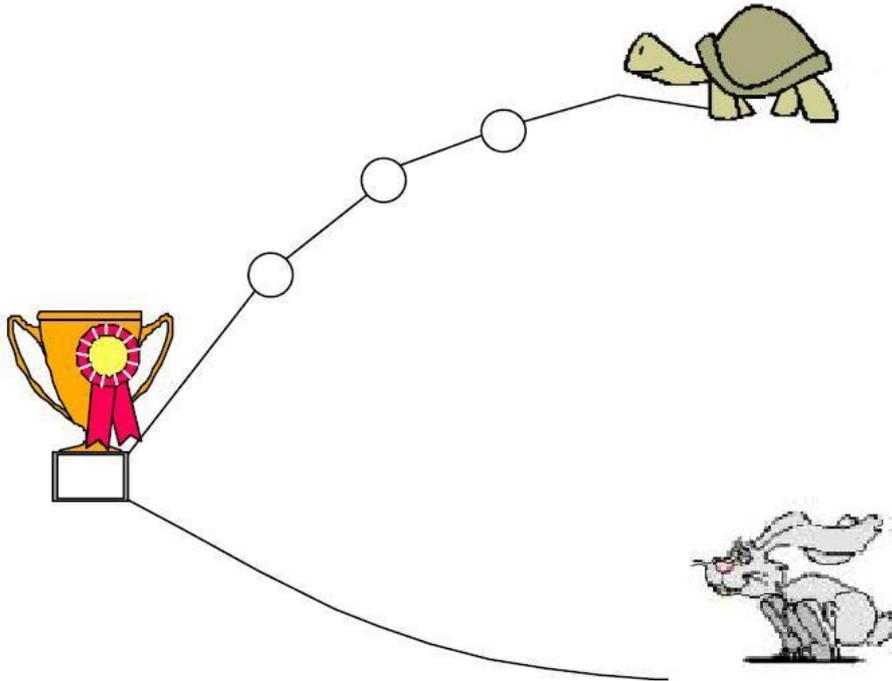


Proposition de corrigé



On lance un dé.

Si le 6 sort, le lièvre gagne.

Sinon, la tortue avance d'une case.

On continue le jeu jusqu'à ce qu'il y ait un gagnant.

Quelle est la situation la plus enviable : celle du lièvre ou celle de la tortue ?

Deux approches sont possibles pour traiter ce problème :

- approche par un modèle probabiliste ;
- approche par des simulations donnant lieu à des statistiques.

On va traiter successivement ces deux approches et voir si elles donnent le même résultat.

Approche probabiliste

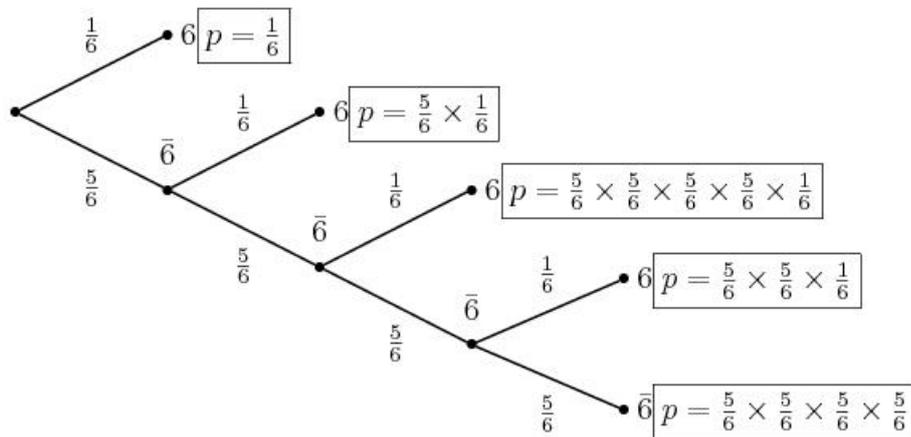
Dans ce modèle, on supposera que le dé est bien équilibré : il a une chance sur 6 de tomber sur le 6.

On note S l'évènement : « le 6 sort ».

On a : $p(S) = \frac{1}{6}$ et $p(\bar{S}) = \frac{5}{6}$, étant entendu que \bar{S} signifie que le 1, le 2, le 3, le 4 ou le 5 sont sortis.

On va être amené à répéter ou pas le lancer de dé, selon le résultat : si le 6 sort, le lièvre a gagné ; sinon, il faut relancer le dé.

Cette situation peut être schématisée par l'arbre pondéré suivant :



La probabilité la plus facile à calculer est celle donnant la victoire de la tortue : il faut que quatre fois de suite, on ne tombe pas sur 6.

La probabilité que cela se passe est :

$$p(\bar{S}; \bar{S}; \bar{S}; \bar{S}) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \approx 0,482 \approx 48,2\%$$

La probabilité de l'évènement contraire (la victoire du lièvre) est donc environ égale à 51,8%.

Conclusion : la situation du lièvre est légèrement plus favorable que celle de la tortue.

Approche statistique

On va simuler un grand nombre de lancers de dés par l'utilisation de

$$=1+\text{ENT}(6*\text{ALEA}())$$

Comme il serait assez délicat de traiter le cas d'un premier lancer donnant un résultat, conditionnant un second lancer (selon que l'on tombe sur 6 ou pas), on peut faire le choix de simuler 4 lancers de suite dans toutes les simulations.

Le lièvre sera vainqueur, si au moins un des résultats de lancer de dé est égal à 6.

On va utiliser la fonction **SI**, couplée à la fonction **OU** pour exprimer que si l'une des cases correspondant au lancer de dé est égale à 6, alors on compte une victoire pour le lièvre (on met 1 dans une case).

En faisant la somme de cette colonne, on obtient le nombre de succès du lièvre.

On en déduit la fréquence des victoires du lièvre.

L'image ci-dessous est le début de 10 000 séries de quatre lancers. On remarque que pour cette simulation, dans 51,78% des cas, le lièvre a gagné.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1		LANCER 1	LANCER 2	LANCER 3	LANCER 4		Lièvre : 1	Tortue : 0		lièvre	51,78%	
2												
3		=1+ENT(6*ALEA())					=SI(OU(B3=6;C3=6;D3=6;E3=6);1;0)					
4	série n°1	1	1	5	6		1			tortue	48,22%	
5	série n°2	5	2	3	6		1					
6	série n°3	6	4	1	3		1					
7	série n°4	5	1	5	5		0					
8	série n°5	6	6	6	5		1					
9	série n°6	1	4	5	1		0					
10	série n°7	5	4	4	1		0					

Conclusion : la situation du lièvre est légèrement plus favorable que celle de la tortue.

On remarque que la fréquence de victoires du lièvre est assez proche de ce qu'avait donné le calcul par l'approche probabiliste.

Si on faisait encore plus de simulations, la fréquence des victoires du lièvre se rapprocherait encore de la valeur 51,8%.