

Devoir Surveillé	classe de 2^{de}	Mathématiques A	
Nom / Prénom : _____			
Ch / Mo	Rai	Cal	Rep / Com
☐ na ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4	☐ na ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4	☐ na ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4	☐ na ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

Exercice 1 :

Calculer

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$

1. Donner l'ensemble de définition de $f : \mathbb{R} \setminus \{2\}$
2. Sans détailler les calculs, donner les valeurs (exactes) de : $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(3)$; $f(4)$.

$$f(-2) = \frac{5}{4}; f(-1) = \frac{2}{3}; f(0) = -\frac{1}{2}; f(1) = -4; f(3) = 10; f(4) = \frac{13}{2}$$

3. Rechercher (en détaillant la méthode et les calculs) :
 - (a) un/les éventuels antécédents de 2.

$$f(x) = 2 \iff \frac{3x+1}{x-2} = 2 \iff 3x+1 = 2(x-2) \iff 3x+1 = 2x-4 \iff x = -5$$

2 a pour seul antécédent 5.

- (b) un/les éventuels antécédents de 3.

$$f(x) = 3 \iff \frac{3x+1}{x-2} = 3 \iff 3x+1 = 3(x-2) \iff 3x+1 = 3x-6 \iff 1 = -6$$

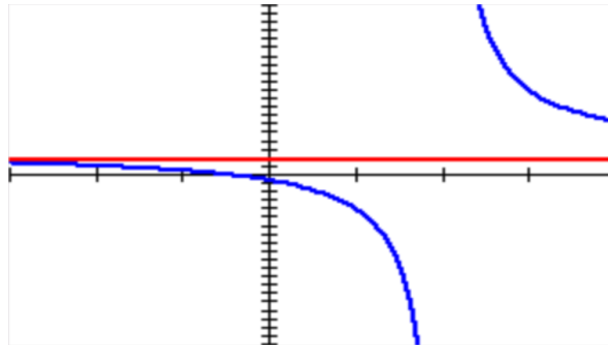
3 n'a pas d'antécédent par f .

Exercice 2 :

Communiquer/Représenter

En vous aidant de l'exercice précédent, construire une représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ sur l'intervalle $[-2 ; 4]$; à vous de construire un repère avec des graduations adaptées.

Retrouver les résultats de la question 3 de l'exercice précédente graphiquement (laisser des traits de construction).



Exercice 3 :

Communiquer/Représenter

1. Voici un programme Python :

```
def f(x):
    return (x+3)**2
def g(x):
    return x**2+6*x+9
def t(x):
    return f(x) == g(x)
```

Que va-t-il se passer quand on va saisir > > > $t(0)$?

La réponse va être **True**.

Que va-t-il se passer quand on va saisir > > > $t(1)$?

La réponse va être **True**.

Exercice 4 :

Communiquer/Représenter

Construire deux représentations graphiques associées au tableau de variation donné :

x	-3	1	3	5
f	-1	2	1	3

Exercice 5 :

Raisonner

Rédiger l'un des trois exercices ci-dessous ; pour rappel :

- Parcours **Piano** bien réalisé : seuil **2** / partiellement réalisé : seuil **1**
- Parcours **Moderato** bien réalisé : seuil **3** / partiellement réalisé : seuil **2**

- Parcours **Allegro** bien réalisé : seuil **4** / partiellement réalisé : seuil **3**
— **Sinon, pas de seuil atteint**
-

★ Parcours Piano ★

1. On cherche à savoir si une fonction f et une fonction g sont égales. Que peut-on en conclure si on vous dit que :
 - * $f(5) = g(5)$? **On ne peut rien en conclure.**
 - * $f(5) \neq g(5)$? **On peut conclure que f et g sont différentes.**
2. Si $f(2) = 3$ et $f(5) = 8$, peut-on conclure que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[2 ; 5]$?

La fonction peut être croissante, puis décroissante, puis à nouveau croissante. On ne peut pas conclure que la fonction sera croissante sur l'ensemble de l'intervalle $[2 ; 5]$.

★ Parcours Moderato ★

Démontrer que la fonction carrée est décroissante sur l'intervalle $] - \infty ; 0]$.

Prenons a et b tels que $a < b < 0$; alors :

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ est positif : en effet, $(a - b) < 0$ car $a < b$ et $(a + b) < 0$ car on a ajouté deux nombres négatifs.

Ainsi : $f(a) - f(b) > 0 \iff f(a) > f(b)$: cela démontre que la fonction carrée est décroissante sur $] - \infty ; 0]$.

★ Parcours Allegro ★

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{1}{x - 2}$

1. Conjecturer les variations de f sur son ensemble de définition.

On peut conjecturer que la fonction est décroissante sur $] - \infty ; 2[$ et décroissante sur $]2 ; +\infty[$.

2. Démontrer le résultat précédent (sur au moins un intervalle où la fonction est monotone).

Prenons a et b tels que $a < b < 2$; alors :

$$f(a) - f(b) = \frac{1}{a - 2} - \frac{1}{b - 2} = \frac{b - 2 - (a - 2)}{(a - 2)(b - 2)} = \frac{b - a}{(a - 2)(b - 2)}$$

Comme $a < b$, $b - a > 0$.

Comme $a < 2$, $a - 2 < 0$ et comme $b < 2$, $b - 2 < 0$.

Par la règle des signes, $\frac{b - a}{(a - 2)(b - 2)} > 0$; ce qui montre que $f(a) > f(b)$.

Cela démontre que la fonction carrée est décroissante sur $] - \infty ; 2]$.

Devoir Surveillé	classe de 2^{de}	Mathématiques B	
Nom / Prénom : _____			
Ch / Mo	Rai	Cal	Rep / Com
☐ na ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4	☐ na ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4	☐ na ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4	☐ na ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

Exercice 1 :

Calculer

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

1. Donner l'ensemble de définition de f . $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
2. Sans détailler les calculs, donner les valeurs (exactes) de : $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(2)$; $f(3)$; $f(4)$.

$$f(-2) = 1; f(-1) = \frac{1}{2}; f(0) = -1; f(2) = 5; f(3) = \frac{7}{2}; f(4) = 3$$

3. Rechercher (en détaillant la méthode et les calculs) :
 - (a) un/les éventuels antécédents de 2.

$$f(x) = 2 \iff \frac{2x+1}{x-1} = 2 \iff 2x+1 = 2(x-1) \iff 2x+1 = 2x-2 \iff 1 = -2$$

2 n'a pas d'antécédent par f .

- (b) un/les éventuels antécédents de 3.

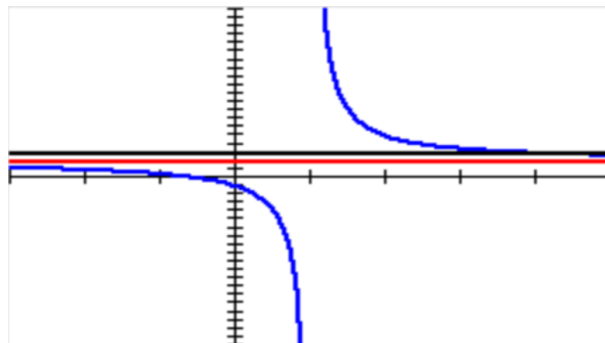
$$f(x) = 3 \iff \frac{2x+1}{x-1} = 3 \iff 2x+1 = 3(x-1) \iff 2x+1 = 3x-3 \iff x = 4$$

Exercice 2 :

Communiquer/Représenter

En vous aidant de l'exercice précédent, construire une représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ sur l'intervalle $[-2 ; 4]$; à vous de construire un repère avec des graduations adaptées.

Retrouver les résultats de la question 3 de l'exercice précédente graphiquement (laisser des traits de construction).



Exercice 3 :

Communiquer/Représenter

1. Voici un programme Python :

```
def f(x):
    return (x+4)**2
def g(x):
    return x**2+8*x+16
def t(x):
    return f(x) == g(x)
```

Que va-t-il se passer quand on va saisir > > > $t(0)$?

La réponse va être **True**.

Que va-t-il se passer quand on va saisir > > > $t(1)$?

La réponse va être **True**.

Exercice 4 :

Communiquer/Représenter

Construire deux représentations graphiques associées au tableau de variation donné :

x	-1	2	3	5
f	-3	1	-1	4

Exercice 5 :

Raisonner

Rédiger l'un des trois exercices ci-dessous ; pour rappel :

- Parcours **Piano** bien réalisé : seuil **2** / partiellement réalisé : seuil **1**
- Parcours **Moderato** bien réalisé : seuil **3** / partiellement réalisé : seuil **2**

- Parcours **Allegro** bien réalisé : seuil **4** / partiellement réalisé : seuil **3**
— **Sinon, pas de seuil atteint**
-

★ Parcours Piano ★

1. On cherche à savoir si une fonction f et une fonction g sont égales. Que peut-on en conclure si on vous dit que :
 - * $f(5) = g(5)$? **On ne peut rien en conclure.**
 - * $f(5) \neq g(5)$? **On peut conclure que f et g sont différentes.**
2. Si $f(2) = 3$ et $f(5) = 8$, peut-on conclure que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[2 ; 5]$?

La fonction peut être croissante, puis décroissante, puis à nouveau croissante. On ne peut pas conclure que la fonction sera croissante sur l'ensemble de l'intervalle $[2 ; 5]$.

★ Parcours Moderato ★

Démontrer que la fonction carrée est décroissante sur l'intervalle $] -\infty ; 0]$.

Prenons a et b tels que $a < b < 0$; alors :

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ est positif : en effet, $(a - b) < 0$ car $a < b$ et $(a + b) < 0$ car on a ajouté deux nombres négatifs.

Ainsi : $f(a) - f(b) > 0 \iff f(a) > f(b)$: cela démontre que la fonction carrée est décroissante sur $] -\infty ; 0]$.

★ Parcours Allegro ★

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{1}{x - 2}$

1. Conjecturer les variations de f sur son ensemble de définition.

On peut conjecturer que la fonction est décroissante sur $] -\infty ; 2[$ et décroissante sur $]2 ; +\infty[$.

2. Démontrer le résultat précédent (sur au moins un intervalle où la fonction est monotone).

Prenons a et b tels que $a < b < 2$; alors :

$$f(a) - f(b) = \frac{1}{a - 2} - \frac{1}{b - 2} = \frac{b - 2 - (a - 2)}{(a - 2)(b - 2)} = \frac{b - a}{(a - 2)(b - 2)}$$

Comme $a < b$, $b - a > 0$.

Comme $a < 2$, $a - 2 < 0$ et comme $b < 2$, $b - 2 < 0$.

Par la règle des signes, $\frac{b - a}{(a - 2)(b - 2)} > 0$; ce qui montre que $f(a) > f(b)$.

Cela démontre que la fonction carrée est décroissante sur $] -\infty ; 2]$.