

Proposition de correction : sujet A

Exercice 1:

1. $Df = \mathbb{R} / \{-1, 5\}$

2. $f(-2) = 1$

$$f(-1) = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$f(0) = -\frac{1}{3}$$

$$f(1) = -5$$

$$f(2) = 9$$

$$f(3) = \frac{13}{3}$$

3. a. $f(x) = 2$

$$\frac{4x+1}{2x-3} = 2$$

$$4x+1 = 2(2x-3)$$

$$4x+1 = 4x-6$$

$$1 = -6$$

Il n'y a pas d'antécédent.

b. $f(x) = 3$

$$\frac{4x+1}{2x-3} = 3$$

$$4x+1 = 3(2x-3)$$

$$4x+1 = 6x-9$$

$$10 = 2x$$

$$5 = x$$

L'antécédent de 3 est 5.

Exercice 2:

1. $PI \times 0,85 = 38,25$

$\Leftrightarrow PI = \frac{38,25}{0,85}$

$\Leftrightarrow PI = 45$

Son prix avant cette baisse était 45 €.

2. $0,75 \times 1,15 = 0,8625$

$1 - 0,8625 = 0,1375 = 13,75\%$

Cela revient à une baisse de 13,75%.

3. $1 = 1,25 \times x$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{1,25}$

$\Leftrightarrow x = 0,8$

Pour compenser une hausse de 25%, il faut une baisse de 20%.

4. $0,98^{15} = 0,7386$ $1 - 0,7386 = 0,2614$

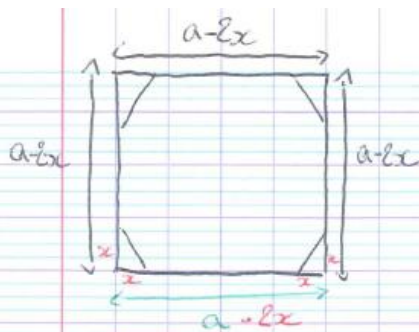
Cela équivaut à une baisse de 26,14%.

Exercice 3:

1. La fonction $F(x) = 8 + 3x$ peut modéliser un abonnement au cinéma. (8€ pour la carte fidéliste et 3€ pour chaque séance). Avec x le nombre de séances.

2. La fonction $F(x) = 1,15x$ peut modéliser une hausse de 15% sur un produit. Avec x le prix initial du produit.

3. Les caractéristiques d'une fonction qui modéliserait l'évolution de la température corporelle du corps au cours d'une journée seraient que la fonction resterait constante toute la journée car notre température corporelle reste à 37° . donc $f(x) = 37$



On nomme les côtés du square a
on nomme les côtés des petits triangles rectangles x
on soustrait les côtés x au côté a
pour avoir le côté où l'on va disposer les carreaux

On sait que $2x^2$ est égal à l'aire totale qui sera recouverte de fleurs.
(car il y a 4 moitiés de carrés).
donc 2 carrés.

On peut calculer l'aire totale du square :

$$(a-2x)^2 = a^2 - 2x \times 2x \times 2x^2$$

$$\text{On veut donc : } 2x^2 = \frac{(a-2x)^2}{2} = \frac{(20-2x)^2}{2}$$

Ex 4 : piano

1. Si $f(1) < f(4)$, peut-être que la fonction est croissante sur l'intervalle $[1 ; 4]$, mais elle peut aussi être croissante, puis décroissante, puis à nouveau croissante : on ne peut pas conclure qu'elle est croissante sur $[0 ; 5]$.

Si $f(2) > f(3)$: on est sûr et certain qu'elle n'est pas croissante sur $[2 ; 3]$; peut-être l'est-elle un moment, mais on est sûr qu'elle n'est pas croissante sur cet intervalle.

2. f et g coïncident en de nombreuses valeurs mais rien ne prouve qu'elles sont égales.

Exercice 4: modérateur

Soit a et b tel que $a < b < 0$; alors:

$$f(a) - f(b) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b}{a \times b} - \frac{a}{b \times a} = \frac{b-a}{ab}$$

Comme $b > a$; $b-a > 0$

Comme a et $b < 0$, $a \times b > 0$

Par la règle des signes $\frac{b-a}{ab} > 0$

Donc $f(a) > f(b)$

La fonction inverse est bien décroissante sur l'intervalle $] -\infty; 0]$.

Allegro:

1. On peut conjecturer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[-1; +\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $] -\infty; -1]$.

2. Soit a et b tel que $a < b < -1$; alors:

$$f(a) - f(b) = (a^2 + 2a - 3) - (b^2 + 2b - 3)$$

$$f(a) - f(b) = a^2 - b^2 + 2a - 2b + 3 - 3 = (a - b)(a + b) + 2(a - b) = (a - b)(a + b + 2)$$

comme $a < b$: $a - b < 0$

comme $a < -1$ et $b < -1$: $a + b + 2 < 0$

ainsi, $f(a) - f(b)$ est un produit de deux facteurs négatifs: c'est positif; cela montre que $f(a) > f(b)$, ce qui prouve que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $] -\infty; -1]$.

Proposition de correction : sujet B

Exercice 1

1) $D_f = \mathbb{R} / \{0,5\}$

2) $f(-2) = 2,2$ $f(-1) = \frac{5}{3}$ $f(0) = -1$ $f(1) = 7$ $f(2) = \frac{13}{3}$ $f(3) = 3,8$

3) On cherche un antécédent ^{de 2} nommé x par la fonction f . Pour trouver x , il faut résoudre l'équation : $f(x) = 2$

Donc : $\frac{6x+1}{2x-1} = 2$

$$\Leftrightarrow 6x+1 = 2(2x-1)$$

$$\Leftrightarrow 6x = 4x - 2 - 1$$

$$\Leftrightarrow 2x = -3$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = -1,5} \quad \boxed{y = 2(1,5)}$$

$-1,5$ est un antécédent de 2 par f .

b) On cherche un antécédent de 3 nommé x par la fonction f . Pour trouver x , il faut résoudre l'équation : $f(x) = 3$

Donc : $\frac{6x+1}{2x-1} = 3$

$$\Leftrightarrow 6x+1 = 3(2x-1)$$

$$\Leftrightarrow 6x = 6x - 4$$

$$\Leftrightarrow \boxed{0 \neq -4} \quad \boxed{y = \emptyset}$$

3 n'a pas d'antécédent par la fonction f

Exercice 2

1) $P_i \times R = PF$

$$P_i \times 0,65 = 29,25$$

$$P_i = \frac{29,25}{0,65} = 45 \text{ €}$$

Le produit coûtait 45€ avant cette baisse

2) $\searrow 15\% \nearrow 25\%$
 $\times 0,85 \times 1,25$

$$0,85 \times 1,25 = 1,0625 = \nearrow 6,25\%$$

Une baisse de 15% suivie d'une hausse de 25% revient à une hausse de 6,25%.

3) $\nearrow 20\% \searrow 17,65\%$
 $\times 1,2 \times 0,8335$

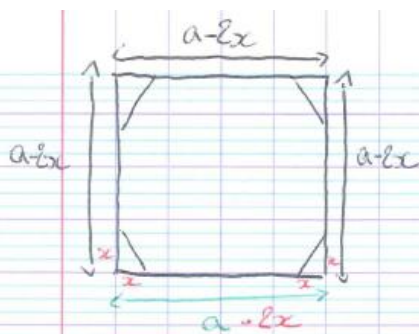
Pour compenser une baisse de 20% il faut une baisse de 17,65% environ.

4) $\searrow 5\%^{25} = \times 0,95^{25} \approx 0,2774 \approx 72,26\%$

25 baisses de 5% sont équivalentes à une baisse de $\searrow 72,26\%$.

Ex 3

- 1) on peut considérer un abonnement à la salle de sport de 11 € et un prix d'entrée à l'unité de 2€ ; $f(x)$ représente le prix payé après être allé x fois à la salle de sport.
- 2) Cette fonction peut représenter une hausse de 25 % qui s'applique à un prix x .
- 3) La température corporelle peut être modélisée par une fonction T , de variable t ; t est le temps (et est donc positif).
Une approche simple : T est constante égale à 37.
Un peu plus finement, la fonction T est décroissante en début de nuit puis croissante pour être à nouveau décroissante en fin de matinée, puis croissante dans l'après-midi.
Ce cycle se répète chaque jour : on dit que la fonction est périodique (de période 24 si on compte le temps en heures).



On nomme les côtés du square a
 on nomme les côtés des petits triangles rectangles x
 on soustrait les côtés x au côté a
 pour avoir le côté où l'on va disposer les carreaux

On sait que $2x^2$ est égal à l'aire totale
 qui sera recouverte de fleurs.
 (car il y a 4 moitiés de carreaux).
 donc 2 carreaux.

On peut calculer l'aire totale
 du square :

$$(a-2x)^2 = a^2 - 2x \times 2x \times 2x^2$$

$$\text{On veut donc : } 2x^2 = \frac{(a-2x)^2}{2} = \frac{(20-2x)^2}{2}$$

Ex 4 : piano

1. Si $f(1) < f(4)$, peut-être que la fonction est croissante sur l'intervalle $[1 ; 4]$, mais elle peut aussi être croissante, puis décroissante, puis à nouveau croissante : on ne peut pas conclure qu'elle est croissante sur $[0 ; 5]$.

Si $f(2) > f(3)$: on est sûr et certain qu'elle n'est pas croissante sur $[2 ; 3]$; peut-être l'est-elle un moment, mais on est sûr qu'elle n'est pas croissante sur cet intervalle.

2. f et g coïncident en de nombreuses valeurs mais rien ne prouve qu'elles sont égales.

Exercice 4: modérateur

Soit a et b tel que $a < b < 0$; alors:

$$f(a) - f(b) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b}{a \times b} - \frac{a}{b \times a} = \frac{b-a}{ab}$$

Comme $b > a$; $b-a > 0$

Comme a et $b < 0$, $a \times b > 0$

Par la règle des signes $\frac{b-a}{ab} > 0$

Donc $f(a) > f(b)$

La fonction inverse est bien décroissante sur l'intervalle $] -\infty; 0]$.

Allegro:

1. On peut conjecturer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[-1; +\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $] -\infty; -1]$.

2. Soit a et b tel que $a < b < -1$; alors:

$$f(a) - f(b) = (a^2 + 2a - 3) - (b^2 + 2b - 3)$$

$$f(a) - f(b) = a^2 - b^2 + 2a - 2b + 3 - 3 = (a - b)(a + b) + 2(a - b) = (a - b)(a + b + 2)$$

comme $a < b$: $a - b < 0$

comme $a < -1$ et $b < -1$: $a + b + 2 < 0$

ainsi, $f(a) - f(b)$ est un produit de deux facteurs négatifs: c'est positif; cela montre que $f(a) > f(b)$, ce qui prouve que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $] -\infty; -1]$.